Corrigés

de

physique

ECCG Monthey

Raphaël Nanchen, ECCG
Raphael-math.NANCHEN@eduvs.ch
http://nanchen.info

2 CHALEUR

Exercice 1 Un train de marchandises franchit le Saint-Gothard. Sachant que l'énergie électrique consommée par la locomotive est fournie par une usine hydroélectrique, décrire les transformations d'énergie qui apparaissent dans cette chaîne.

$E_{mécanique}$ (mouvement de l'eau) → $E_{électrique}$ (électricité) → $E_{mécanique}$ (mouvement du train)

Est-il possible à un train descendant le Saint-Gothard de restituer l'énergie électrique au réseau?

Oui, $E_{mécanique}$ (mouvement du train)→ $E_{électrique}$ sur le même principe qu'une dynamo. Par contre, dans la descente, on ne peut récupérer autant d'énergie qu'on a consommée en montée.

Exercice 2 On mange une pomme.

1. D'où provient l'énergie contenue dans cette pomme ? Des sucres… ?
2. Sous quelle forme se trouve l'énergie dans cet aliment ? $E_{chimique}$
3. Sous quelle forme se transforme-t-elle dans l'organisme? Chaleur (puis $E_{mécanique}$)

Exercice 3 Expliquer la chaîne des transformations d'énergie réalisées depuis l'eau du Rhône qui passe dans l'usine hydroélectrique de Verbois jusqu'au tube fluorescent qui éclaire la salle de cours.

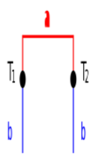
$E_{mécanique}$ (mouvement de l'eau) → $E_{électrique}$ (électricité) → $E_{rayonnante}$, les pertes sont sous forme de chaleur.

Exercice 4 Les appareils ou processus ci-dessous effectuent des transformations d'énergie. Indique l'énergie utilisée et celle produite.

1. grille-pain
   $E_{électrique}$→ chaleur
2. se frotter les mains
   $E_{mécanique}$ → chaleur
3. muscle
   $E_{chimique}$ → $E_{mécanique}$
4. ver luisant
   $E_{chimique}$ → $E_{rayonnante}$
5. réacteur nucléaire
   $E_{nucléaire}$ → Chaleur → $E_{mécanique}$ → $E_{électrique}$
6. haut-parleur
   $E_{électrique}$ → $E_{mécanique}$

Exercice 5 Activité de recherche : quel est le principe de fonctionnement de ces différents thermomètres, et leur plage d'utilisation :

1. **Thermomètre à résistance :**
   Le thermomètre à résistance de platine (par ex.) est un dispositif permettant de mesurer la température. Il est basé sur le fait que la résistance électrique du platine varie selon la température. En mesurant la résistance qu'à un courant électrique à circuler à travers un morceau de platine, on en déduit la température. Plage d'utilisation courante : -60 °C à 200 °C
   http://fr.wikipedia.org/wiki/Thermomètre_à_résistance_de_platine
2. **Thermomètre à dilatation :**
   Un corps change de taille en fonction de sa température, c'est la dilatation. En mesurant le volume d'un liquide (mercure autrefois, alcool très souvent aujourd'hui), on peut trouver la température de ce liquide. Si bien que pour utiliser ce thermomètre, il faut tout d'abord le mettre en contact avec ce qu'on veut mesurer, attendre les températures se soit équilibrées. A ce moment, le thermomètre indiquera également la température que l'on souhaite mesurer.
3. **Thermomètre à couple thermoélectrique :**
   Les deux métaux a et b, de natures différentes, sont reliés par deux jonctions (formant ainsi un thermocouple) aux températures T1 et T2. Le thermocouple génère une différence de potentiel électrique qui dépend de la différence de température entre les jonctions, T1-T2. Les thermocouples ne mesurent pas une température, mais une différence de température. Pour mesurer une température inconnue, l'une des deux jonctions doit être maintenue à une température connue, par exemple celle de la glace fondante (0 °C). Plage d'utilisation : -250 °C à 3000 °C
   http://fr.wikipedia.org/wiki/Thermocouple



4. **Thermomètre optique : pyromètre et spectromètre**
   Un pyromètre ou thermomètre infrarouge est un instrument permettant de mesurer la température de surface d'un objet à partir de l'émission de lumière qu'il produit. Il est parfois appelé thermomètre sans-contact pour illustrer sa capacité à mesurer la température à distance. Plage d'utilisation : 500 °C à 3000 °C
   http://fr.wikipedia.org/wiki/Thermomètre_infrarouge

   Le spectromètre. Il est utilisé pour mesurer la température des étoiles. Celles-ci présentent des couleurs diverses. Cela tient au fait que leur température superficielle est différente. De même qu'une barre chauffée passe successivement du rouge sombre, à l'orange, au jaune et au bleu lorsque la température augmente, une étoile bleue est plus chaude qu'une étoile jaune. La décomposition de la lumière d'une étoile par un prisme donne le spectre de l'étoile. L'étude de ce spectre est à la base de l'astrophysique et permet de connaître les caractéristiques physiques des couches externes de l'étoile, dont en particulier la température. Plage d'utilisation : 1000 °C à 20000 °C.

Exercice 6 Un thermomètre indique sa propre température. Vrai ou faux?

Cela dépend du thermomètre. Les thermomètres à dilatation indiquent leur propre température. En fait dès qu'un thermomètre doit se mettre à la température de ce qu'on veut mesurer, il indiquera sa propre température. Imaginez un thermomètre à alcool en plein soleil, il indiquera peut-être 30°C alors que l'air pourrait être à -5°C…

Exercice 7 Compléter les phrases suivantes par les mots «chaleur» ou «température».

1. Marc a eu de la fièvre, sa température est très élevée. 2. Un feu dégage de la chaleur 3. Le cuivre est un bon conducteur de chaleur 4. On élève la température d'un corps en lui fournissant de la chaleur 5. Sarah s'est ébouillantée en manipulant une casserole. La différence de température entre sa main et la casserole devait être importante. 6. La chaleur libérée par la combustion de 1 kg de charbon est de 33000kJ. 7. La température se mesure avec un thermomètre. 8. La température à la surface du Soleil est de 5600 °C.

Exercice 8 Estimer le temps nécessaire pour mesurer la température d'un enfant malade avec un thermomètre à mercure. Trouver une explication à ce phénomène.

Il faut environ 3 à 5 min. C'est le temps nécessaire pour que la température du thermomètre s'équilibre avec celle de l'enfant par contact.

Exercice 9 Deux objets, l'un en métal et l'autre en plastique, sont sur une table depuis assez longtemps. On en prend un dans chaque main; que ressent-on ? Que dire de leurs températures ?

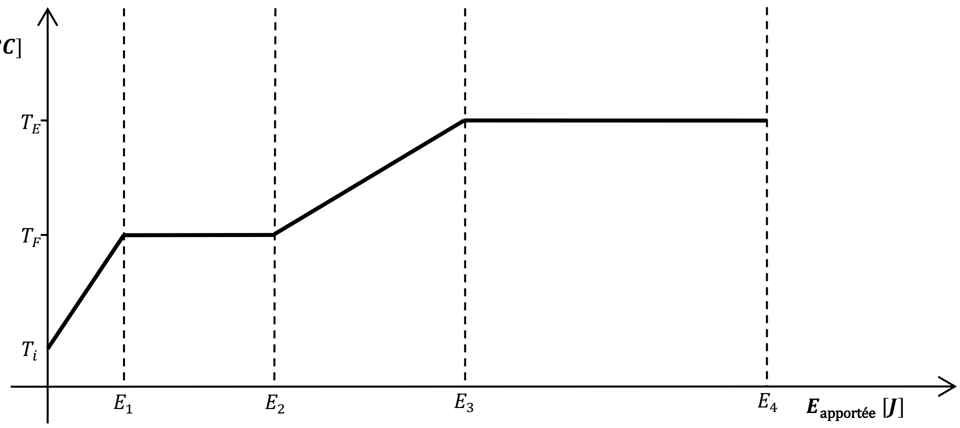
Comme les objets sont depuis longtemps dans la pièce, ils auront la même température que celle-ci. Les températures s'équilibrent toujours.
Si la température de la pièce est plus basse que notre température corporelle : l'objet en métal paraît plus froid car le métal est un bon conducteur de chaleur, si bien qu'il va prendre très vite notre chaleur et créer cette sensation.
Si la température de la pièce est plus haute que notre température corporelle : l'objet en métal paraît plus chaud car le métal est un bon conducteur de chaleur, si bien qu'il va perdre très vite sa chaleur en nous chauffant et créer cette sensation.

Exercice 10 Pourquoi les températures des climats océaniques sont-elles plus constantes que celles des climats continentaux ?

L'eau a une grande chaleur massique, si bien qu'il est difficile de lui changer sa température, elle reste assez stable tout au long de l'année. Par contact avec l'eau, l'air voit sa température se rapprocher de celle de l'eau, si bien qu'un climat océanique a des températures assez constantes. Au contraire, dans un climat continental, l'air n'est pas en contact avec l'eau des océans, mais avec la terre dont la chaleur massique est très basse. Cela explique les fortes variations de température.
A remarquer que ceci est vrai si l'eau ne gèle pas, ce qui le cas en Europe, car le courant marin dominant (le Gulf stream) est un courant chaud.

Exercice 11 Etablir les courbes de température du fer et de l'aluminium de 20°C jusqu'à vaporisation complète. On prendra une masse de 20g.

Dans les deux cas l'allure de la courbe est celle présentée ci-dessous. Il reste à déterminer $T_i, T_F, T_E, E_1, E_2, E_3$ et E_4



Cas du fer :
$T_i = 20°C, T_F = 1538°C, T_E = 2861°C$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E_1} &= \boldsymbol{0 + \Delta E_{T_i \to T_F}} && = \boldsymbol{m \cdot c_s \cdot (T_F - T_i)} && = \boldsymbol{0{,}02 \cdot 440 \cdot (1538 - 20)} && = \boldsymbol{13'358{,}4J} \\
\boldsymbol{E_2} &= \boldsymbol{E_1 + \Delta E_{fusion}} && = \boldsymbol{E_1 + m \cdot L_F} && = \boldsymbol{13'358{,}4 + 0{,}02 \cdot 247'000} && = \boldsymbol{18'298{,}4J} \\
\boldsymbol{E_3} &= \boldsymbol{E_2 + \Delta E_{T_F \to T_E}} && = \boldsymbol{E_2 + m \cdot c_l \cdot (T_E - T_F)} && = \boldsymbol{18'298{,}4 + 0{,}02 \cdot 830 \cdot (2861 - 1538)} && = \boldsymbol{40'260{,}2J} \\
\boldsymbol{E_4} &= \boldsymbol{E_3 + \Delta E_{vaporisation}} && = \boldsymbol{E_3 + m \cdot L_V} && = \boldsymbol{40'260{,}2 + 0{,}02 \cdot 6'310'000} && = \boldsymbol{166'460{,}2J}
\end{aligned}$$

Cas de l'aluminium :
$T_i = 20°C, T_F = 660{,}3°C, T_E = 2467°C$

$$\begin{array}{llllll} \boldsymbol{E_1} & = \boldsymbol{0} + \boldsymbol{\Delta E_{T_i \to T_F}} & = \boldsymbol{m \cdot c_s \cdot (T_F - T_i)} & = \boldsymbol{0,02 \cdot 897} \cdot (660{,}3 - \boldsymbol{20}) & \simeq \boldsymbol{11'487J} \\ \boldsymbol{E_2} & = \boldsymbol{E_1 + \Delta E_{fusion}} & = \boldsymbol{E_1 + m \cdot L_F} & = \boldsymbol{11'487 + 0,02 \cdot 396'000} & \simeq \boldsymbol{19'407J} \\ \boldsymbol{E_3} & = \boldsymbol{E_2 + \Delta E_{T_F \to T_E}} & = \boldsymbol{E_2 + m \cdot c_l \cdot (T_E - T_F)} & = \boldsymbol{19'407 + 0,02 \cdot 1090} \cdot (2467 - 660{,}3) & \simeq \boldsymbol{58'793J} \\ \boldsymbol{E_4} & = \boldsymbol{E_3 + \Delta E_{vaporisation}} & = \boldsymbol{E_3 + m \cdot L_V} & = \boldsymbol{58'793 + 0,02 \cdot 10'800'000} & \simeq \boldsymbol{274'793J} \end{array}$$

Exercice 12 Faut-il plus de chaleur pour augmenter la température du lac Léman de 0,1°C (Volume du lac : 89 km^3) ou augmenter de 50°C la température de 10'000 litres d'eau sanitaire d'un immeuble ?

Calculons l'énergie nécessaire pour chauffer de 0,1°C le lac Léman :

$$\Delta E_{termique} = m_{Léman} \cdot c_{eau} \cdot \Delta T_1 = 89 \cdot 10^{12} \cdot 4180 \cdot 0{,}1 \cong 3{,}7 \cdot 10^{16}\, J$$

Calculons l'énergie nécessaire pour chauffer de 50°C 10'000 litres d'eau :

$$\Delta E_{termique} = m_{eau} \cdot c_{eau} \cdot \Delta T_2 = 10^4 \cdot 4180 \cdot 50 = 2{,}1 \cdot 10^9 J$$

Il faut environ 10^7fois plus d'énergie pour chauffer le lac Léman que pour chauffer l'eau de l'immeuble.

Exercice 13 On mélange 20 litres d'eau à 20 °C avec 30 litres d'eau à 70 °C.
1. Quelle est la température d'équilibre du mélange ?
2. Quelle chaleur a-t-il fallu fournir aux 30 litres d'eau pour la chauffer de 20 °C à 70 °C ?
3. On utilise cette même chaleur pour chauffer 50 litres d'eau à 20°C. Quelle température atteindra-t-elle ?

1. a. 2 corps (les deux fois de l'eau)

   Eau froide : $\underset{20°C}{L} \to \underset{T_f}{L}$; $m_1 = 20kg$ (car 20 litres d'eau a une masse de 20 kg)

   Eau chaude : $\underset{70°C}{L} \to \underset{T_f}{L}$; $m_2 = 30kg$ (car 30 litres d'eau a une masse de 30 kg)

   b. Système isolé

   c. Equation thermodynamique pour système isolé

$$\begin{array}{rcll} E_{eau\,froide} + E_{eau\,chaude} & = & 0 & \\ m_1 \cdot c \cdot (T_f - T_{i,1}) + m_2 \cdot c \cdot (T_f - T_{i,2}) & = & 0 & \\ 20 \cdot 4180 \cdot (T_f - 20) + 30 \cdot 4180 (T_f - 70) & = & 0 & \\ 83'600 \cdot (T_f - 20) + 125'400 \cdot (T_f - 70) & = & 0 & \\ 83'600 T_f - 1'672'000 + 125'400 T_f - 8'778'000 & = & 0 & \mid + 1'672'000 + 8'778'000 \\ 209'000 T_f & = & 10'450'000 & \mid \div 209'000 \\ T_f & = & 50°C & \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{rl} & \boldsymbol{E_{calorifique}} \\ = & m \cdot c_{eau} \cdot \Delta T \\ = & 30 \cdot 4180 \cdot (70 - 20) \\ = & \boldsymbol{6'270'000\, J} \end{array}$$

<u>Attention</u> : la masse volumique de l'eau est environ 1000 kg/m^3, ce qui signifie que 1l d'eau a une masse de 1kg. <u>Ce raisonnement n'est valable que pour l'eau !</u>

3.

$$\begin{array}{rcll} E_{calorifique} & = & m \cdot c_{eau} \cdot \boldsymbol{\Delta T} & \mid \div (m \cdot c_{eau}) \\ \boldsymbol{\Delta T} & = & \dfrac{E_{calorifique}}{m \cdot c_{eau}} & \\ & = & \dfrac{6'270'000\, J}{50 \cdot 4180} & \\ & = & \boldsymbol{30°C} & \end{array}$$

Elle atteindra $20 + 30 = \boldsymbol{50°C}$

Exercice 14 On prend des cubes de béton, de fer et d'aluminium ayant tous une même masse de 1kg et une même température de 20°C. Afin de chauffer l'un de ces cubes, on dispose d'une énergie de 22'000J. Quelle est la température maximale possible ?

$c_{béton} = 900\, J \cdot °C^{-1} \cdot kg^{-1}; c_{fer} = 440\, J \cdot °C^{-1} \cdot kg^{-1}; c_{aluminium} = 897\, J \cdot °C^{-1} \cdot kg^{-1}$
Le fer a la plus petite chaleur massique, c'est donc lui qui va le plus changer de température.
En supposant que le fer reste solide :

$$\begin{array}{rcll} \boldsymbol{E_{fer}} & = & \boldsymbol{m_{fer} \cdot c_{fer} \cdot \Delta T} & \\ 22'000 & = & 1 \cdot 440 \cdot \Delta T & \mid \div 440 \\ \Delta T & = & 50 & \\ & & & \\ T_f & = & T_i + \Delta T & \\ & = & 20 + 50 & \\ & = & 70°C & \end{array}$$

A 70°C, le fer est solide, ce qui correspond à l'hypothèse faite précédemment.

Exercice 15 On plonge un morceau de cuivre de 150g à 450°C dans 2,5 litres d'eau à 15°C. Quelle sera la température d'équilibre, en supposant le système isolé ?

2 corps :

Cuivre : $\underset{450°}{S} \to \underset{T_f}{S}$; $m_{Cu} = 0{,}15kg$

Eau : $\underset{15°}{L} \to \underset{T_f}{L}$; $m_e = 2{,}5kg$

On a supposé que l'eau sera liquide à T_f car la masse d'eau est plus de 10 fois supérieure à celle du cuivre, de même pour la chaleur massique : cela signifie que l'eau changera très difficilement de température contrairement au cuivre.

$$\begin{aligned}
E_{Cu} + E_e &= 0 && \textit{Système isolé} \\
m_{Cu} \cdot c_{Cu}(\boldsymbol{T_f} - T_{i\to Cu}) + m_e \cdot c_e(\boldsymbol{T_f} - T_{i\to e}) &= 0 \\
0{,}15 \cdot 390 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 450) + 2{,}5 \cdot 4180(\boldsymbol{T_f} - 15) &= 0 \\
58{,}5\boldsymbol{T_f} - 26325 + 10450\boldsymbol{T_f} - 156750 &= 0 && |S\ et + 26325 + 156750 \\
10508{,}5\boldsymbol{T_f} &= 183075 && | \div 10508{,}5 \\
\boldsymbol{T_f} &\cong \boldsymbol{17{,}4°C}
\end{aligned}$$

L'eau est bien liquide à 17,4°C donc l'hypothèse était correcte.

Exercice 16 Quelle masse de fer chauffé à 600°C faut-il plonger dans 1,8 l d'éthanol pour l'amener à ébullition ?

1. Calcul préparatoire : quelle est la masse de 1,8 l d'éthanol

$$\begin{aligned}
\rho_{éthanol} &= \frac{m_{éthanol}}{V_{éthanol}} && | \cdot V_{éthanol} \\
m_{éthanol} &= \rho_{éthanol} \cdot V_{éthanol} \\
&= 790\frac{kg}{m^3} \cdot 1{,}8\ l && |\underline{UNITES} \\
&= 790\frac{g}{l} \cdot 1{,}8\ l \\
&= 1422\ g \\
&= 1{,}422\ kg
\end{aligned}$$

2. La température initiale de l'éthanol n'est pas donnée. Dans ce cas, on suppose qu'elle est stockée dans des conditions normales à température ambiante de 20°C. La température finale est la température d'ébullition de l'éthanol qui est de 78,2°C (Formulaires et Tables). Entre 600°C et 78,2°C, le fer est solide, on utilisera donc la chaleur massique du fer pour solide.

Ethanol : $\underset{20°C}{L} \to \underset{78{,}2°C}{L}$; Fer : $\underset{600°C}{S} \to \underset{78{,}2°C}{S}$

On suppose le système isolé, donc :

$$\begin{aligned}
E_{fer} + E_{ethanol} &= 0 \\
\boldsymbol{m_{Fe}} \cdot c_{Fe}(T_f - T_{i\to Fe}) + m_e \cdot c_e(T_f - T_{i\to e}) &= 0 \\
\boldsymbol{m_{Fe}} \cdot 440(78{,}2 - 600) + 1{,}422 \cdot 2460 \cdot (78{,}2 - 20) &= 0 \\
-229'592\boldsymbol{m_{Fe}} + 203590{,}5 &= 0 \\
203590{,}5 &= 229'592\boldsymbol{m_{Fe}} \\
\boldsymbol{m_{Fe}} &\simeq \boldsymbol{0{,}887\ kg}
\end{aligned}$$

Exercice 17 Je refroidis à l'aide de morceaux de cuivre identiques à 20°C une même quantité de glycérine et d'éthanol, les deux étant à 30°C. Lequel des deux liquides se refroidira le plus ?

Le liquide qui se refroidira le plus est celui qui « résiste le moins bien au changement de température », donc par définition, celui qui a la plus petite chaleur massique donc ce sera la glycérine, mais avec peu de différence…

Exercice 18 Que dire d'une masse d'éthanol par rapport à une masse d'eau si je veux que les deux liquides varient de façon similaire leur température lors d'un apport identique de chaleur ?

La chaleur massique de l'éthanol est plus faible que celle de l'eau, donc à masse égale, la température de l'éthanol varie plus que celle de l'eau. Pour compenser, il faudra une plus grande masse. La chaleur massique de l'eau est $\frac{4180}{2460} \simeq 1{,}7$ fois plus grande que celle de l'alcool, il faudra donc que la masse d'alcool soit ≃1,7 fois plus grande que celle de l'eau :

$$\begin{aligned}
E_{\to eau} &= E_{\to alcool} && |\textit{Donnée} \\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta \mathrm{T_e} &= m_a \cdot c\text{-}_a \cdot \Delta \mathrm{T_a} && |\Delta \mathrm{T_e} = \Delta \mathrm{T_a}\ \textit{selon la donnée} \\
m_e \cdot c\text{-}_e &= m_a \cdot c\text{-}_a && | \div c_a \\
m_e \cdot \frac{c\text{-}_e}{c_a} &= m_a \\
\frac{4180}{2460} m_e &= m_a \\
\boldsymbol{m_a} &\simeq \boldsymbol{1{,}7 \cdot m_e}
\end{aligned}$$

Exercice 19 Je plonge un morceau de matière inconnue de 110g chauffé à 280°C dans 710ml de glycérine à 20°C. La température s'équilibre à 25°C. De quelle matière peut-il s'agir ?

Pour trouver de quelle matière il s'agit, je dois trouver une grandeur caractéristique de celle-ci : dans cet exercice, ce sera la chaleur massique.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E_i + E_{glycérine}} &= \mathbf{0} \\
\boldsymbol{m_i} \cdot c_i \cdot \boldsymbol{\Delta T_i + m_{glycérine} \cdot c_{glycérine} \cdot \Delta T_{glycérine}} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{0,11} \cdot c_i \cdot \mathbf{(-255) + 0,8946 \cdot 2400 \cdot 5} &= \mathbf{0} \\
c_i &= 383\,\frac{J}{kg \cdot °C}
\end{aligned}$$

la masse de la glycérine est donnée par : $m = \rho \cdot V = 1{,}26\,\frac{kg}{l} \cdot 0{,}71\,l = 0{,}8946\,kg$

Il peut s'agir du cuivre ou du zinc dont la chaleur massique vaut 390 $\frac{J}{kg \cdot °C}$

Exercice 20 Un bon calorimètre doit-il être bon conducteur de chaleur ? avoir une petite capacité calorifique ? Justifie.

Un bon calorimètre ne doit pas être bon conducteur car le but est d'isoler son contenu de l'extérieur. Il doit avoir une aussi petite capacité calorifique que possible pour influencer le moins possible les échanges de chaleur.

Exercice 21 Pour déterminer la chaleur massique de l'or, on utilise un calorimètre ($\mu = 80\,J \cdot K^{-1}$) contentant 400 g d'eau à 20°C. On place dans le calorimètre 50 g d'or à 400°C. On mesure une température d'équilibre de 21,4°C. Calcule la chaleur massique de l'or.

3 corps :

Eau : $\underset{20°C}{L} \to \underset{21{,}4°C}{L}$; $m_e = 0{,}4kg$ Or : $\underset{400°C}{S} \to \underset{21{,}4°C}{S}$; $m_{or} = 0{,}05kg$ Calorimètre : $\underset{20°C}{S} \to \underset{21{,}4°C}{S}$

Remarques :
- un récipient est toujours solide ! Et le calorimètre est un récipient !
- un récipient qui contient un liquide a la même température que le liquide.
- si on verse un liquide dans un récipient, la température du récipient est de 20°C.

$$\begin{aligned}
E_e + E_{or} + E_{calorimètre} &= 0 \\
m_e \cdot c\text{-}_e\left(T_f - T_{i\to e}\right) + m_{or} \cdot \boldsymbol{c\text{-}_{or}}\left(T_f - T_{i\to or}\right) + \mu_{cal.} \cdot \left(T_f - T_{i\to cal.}\right) &= 0 \\
m_{or} \cdot \boldsymbol{c\text{-}_{or}}\left(T_f - T_{i\to or}\right) &= -m_e \cdot c\text{-}_e\left(T_f - T_{i\to e}\right) - \mu_{cal.} \cdot \left(T_f - T_{i\to cal.}\right) \\
\boldsymbol{c\text{-}_{or}} &= \frac{-m_e \cdot c\text{-}_e\left(T_f - T_{i\to e}\right) - \mu_{cal.} \cdot \left(T_f - T_{i\to cal.}\right)}{m_{or} \cdot \left(T_f - T_{i\to or}\right)} \\
&= \frac{-0{,}4 \cdot 4180(21{,}4 - 20) - 80(21{,}4 - 20)}{0{,}05(21{,}4 - 400)} \\
&\simeq \mathbf{130}\,\boldsymbol{\frac{J}{kg \cdot K}}
\end{aligned}$$

Exercice 22 Dans un récipient en aluminium de 0,5kg contenant de 0,6 l d'eau à 30°C, on place 0,2 dm³ d'acier à 200°C. Calcule la température d'équilibre.

3 corps :

Eau : $\underset{30°C}{L} \to \underset{T_f}{L}$; $m_e = 0{,}6kg$ Acier : $\underset{200°C}{S} \to \underset{T_f}{S}$; Aluminium : $\underset{30°C}{S} \to \underset{T_f}{S}$; $m_{al} = 0{,}5kg$

Calcul de la masse d'acier : $\rho_{acier} = \frac{m_{acier}}{V_{acier}} \Leftrightarrow m_{acier} = \rho_{acier} \cdot V_{acier} = 7850\,\frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}0002\,m^3 = 1{,}57\,kg$

$$\begin{aligned}
E_e + E_{acier} + E_{récipient} &= 0 \\
m_e \cdot c\text{-}_e\left(\boldsymbol{T_f} - T_{i\to e}\right) + m_{ac} \cdot c\text{-}_{ac}\left(\boldsymbol{T_f} - T_{i\to ac}\right) + m_{al} \cdot c\text{-}_{al}\left(\boldsymbol{T_f} - T_{i\to al}\right) &= 0 \\
0{,}6 \cdot 4180 \cdot \left(\boldsymbol{T_f} - 30\right) + 1{,}57 \cdot 460 \cdot \left(\boldsymbol{T_f} - 200\right) + 0{,}5 \cdot 897 \cdot \left(\boldsymbol{T_f} - 30\right) &= 0 \\
2508\boldsymbol{T_f} - 75'240 + 722{,}2\boldsymbol{T_f} - 144'440 + 448{,}5\boldsymbol{T_f} - 13'455 &= 0 \\
3678{,}7\boldsymbol{T_f} &= 233'135 \\
\boldsymbol{T_f} &\simeq 63°\text{C}
\end{aligned}$$

Exercice 23 Dans un calorimètre de 180 $J \cdot K^{-1}$, quelle quantité d'or chauffé à 900°C faut-il mélanger à 2,5 litres d'éthanol pour l'amener à ébullition ?

3 corps :

Ethanol : $\underset{20°C}{L} \to \underset{78{,}2°C}{L}$; Or : $\underset{900°C}{S} \to \underset{78{,}2°C}{S}$; $m_{or} = ?$ Calorimètre : $\underset{20°C}{S} \to \underset{78{,}2°C}{S}$

La température d'équilibre est la température d'ébullition de l'éthanol, 78,2°C. On considère 20°C comme température initiale pour l'éthanol et le calorimètre, car il n'y a pas d'indication dans la donnée.

Calcul de la masse d'éthanol : $\rho_{\text{éthanol}} = \frac{m_{\text{éthanol}}}{V_{\text{éthanol}}} \Leftrightarrow m_{\text{éthanol}} = \rho_{\text{éthanol}} \cdot V_{\text{éthanol}} = 790 \cdot 0{,}0025 = 1{,}975\,kg$

$$\begin{aligned}
E_{\text{éthanol}} + E_{or} + E_{calorimètre} &= 0 \\
m_e \cdot c\text{-}_e(T_f - T_{i\to e}) + \boldsymbol{m_{or}} \cdot c\text{-}_{or}(T_f - T_{i\to or}) + \mu_{cal.} \cdot (T_f - T_{i\to cal.}) &= 0 \\
\boldsymbol{m_{or}} \cdot c\text{-}_{or}(T_f - T_{i\to or}) &= -m_e \cdot c\text{-}_e(T_f - T_{i\to e}) - \mu_{cal.} \cdot (T_f - T_{i\to cal.}) \\
\boldsymbol{m_{or}} &= \frac{-m_e \cdot c\text{-}_e(T_f - T_{i\to e}) - \mu_{cal.} \cdot (T_f - T_{i\to cal.})}{c\text{-}_{or} \cdot (T_f - T_{i\to or})} \\
&= \frac{-1{,}975 \cdot 2460 \cdot (78{,}2 - 20) - 180(78{,}2 - 20)}{130 \cdot (78{,}2 - 900)} \\
&\simeq \boldsymbol{2{,}75\ kg}
\end{aligned}$$

Exercice 24 On sort d'un congélateur deux blocs de même masse, l'un en fonte, l'autre en acier. Lequel refroidira le plus l'atmosphère ?

Celui qui a la plus grande chaleur massique, car il changera difficilement de température et donc la température d'équilibre sera plus proche de sa température initiale que de celle de l'autre bloc.
Cependant à moins que le volume d'air soit petit, cela ne changera pas grand-chose si l'expérience est réalisée en plein air : les morceaux auront une masse trop faible pour influencer la température de l'air.

Exercice 25 Dans un calorimètre laissé à température ambiante, on plonge dans de l'eau très chaude un morceau de cuivre de très basse température.

1. Sans tenir compte du calorimètre, calcule de manière analytique la température d'équilibre $T_{f\ théorique}$.
2. Si l'on obtient $T_{f\ mesurée} > T_{f\ théorique}$, compare la température initiale du calorimètre par rapport à sa température finale ?

1. Pour cet exercice, on suppose que l'eau reste sous forme liquide.
   2 corps :
   Eau : $\underset{T_{i\to e}}{L} \to \underset{T_{f,th}}{L}$; Cuivre : $\underset{400°C}{S} \to \underset{T_{f,th}}{S}$

$$\begin{aligned}
E_e + E_{Cu} &= 0 && | \\
m_e \cdot c\text{-}_e(\boldsymbol{T_{f,th}} - T_{i\to e}) + m_{Cu} \cdot c\text{-}_{Cu}(\boldsymbol{T_{f,th}} - T_{i\to Cu}) &= 0 && |S \\
c_e \cdot m_e \cdot \boldsymbol{T_{f,th}} - c_e \cdot m_e \cdot T_{i\to e} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot \boldsymbol{T_{f,th}} - c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot T_{i\to Cu} &= 0 && | + c_e \cdot m_e \cdot T_{i\to e} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot T_{i\to Cu} \\
c_e \cdot m_e \cdot \boldsymbol{T_{f,th}} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot \boldsymbol{T_{f,th}} &= c_e \cdot m_e \cdot T_{i\to e} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot T_{i\to Cu} && |Mise\ en\ évidence \\
\boldsymbol{T_{f,th}} \cdot (c_e \cdot m_e + c_{Cu} \cdot m_{Cu}) &= c_e \cdot m_e \cdot T_{i\to e} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot T_{i\to Cu} && | \div (c_e \cdot m_e + c_{Cu} \cdot m_{Cu}) \\
\boldsymbol{T_{f,th}} &= \frac{c_e \cdot m_e \cdot T_{i\to e} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot T_{i\to Cu}}{c_e \cdot m_e + c_{Cu} \cdot m_{Cu}}
\end{aligned}$$

2. Si la température mesurée est plus grande que celle prévue sans tenir compte du calorimètre, c'est que le calorimètre a apporté de l'énergie au mélange, donc sa température initiale était plus élevée que la température finale.

Exercice 26 Pourquoi les nuits où le ciel est clair sont-elles plus fraîches que lorsqu'il y a une couverture nuageuse ?

La couverture nuageuse sert d'isolant : elle retient l'énergie calorifique (chaleur) proche de la terre.

Exercice 27 En combien de temps une plaque électrique de 1200W consommera-t-elle autant d'énergie qu'un micro-onde de 800W qui a fonctionné 2min30s ?

1. Energie consommée par le micro-onde en 2min30s (150s) :
$$\begin{aligned} E_{micro-onde} = P_{micro-onde} \cdot t_{micro-onde} &= 800 \cdot 150 \\ &= 120'000\ J \end{aligned}$$

2. Temps de fonctionnement de la plaque avec 120'000 J :
$$\begin{aligned}
E_{plaque} &= P_{plaque} \cdot t_{plaque} \quad | \div P_{plaque} \\
t_{plaque} &= \frac{E_{plaque}}{P_{plaque}} \\
&= \frac{120'000}{1200} \\
&= 100\ s
\end{aligned}$$

Exercice 28 Qu'est qui est plus rentable : une bouilloire de 1500W avec un rendement de 75% ou une de 2000W avec un rendement de 60% ? Et le plus rapide ?

Pour une énergie utile identique, le plus rentable est l'appareil qui aura le moins consommé.

Bouilloire de 1500W avec rendement de 75% :

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{E_u}{E_{c_1}} & | \cdot E_c \div \eta \\ E_{c_1} &= \frac{E_u}{\eta} \\ &= \frac{E_u}{0{,}75} \end{aligned}$$

Bouilloire de 2000W avec rendement de 60% :

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \frac{E_u}{E_{c_2}} & | \cdot E_c \div \eta \\ E_{c_2} &= \frac{E_u}{\eta} \\ &= \frac{E_u}{0{,}6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Or \quad \frac{E_u}{0{,}75} &< \frac{E_u}{0{,}6} \quad donc \\ E_{c_1} &< E_{c_2} \end{aligned}$$

L'appareil 1 est donc le plus rentable.

Remarque : **seul le rendement est important pour déterminer quel appareil est le plus rentable**. La puissance ne donne pas d'indication sur la rentabilité, mais seulement sur la « rapidité ».

Pour une énergie utile identique, le plus rapide est l'appareil qui aura fonctionné le moins longtemps.

Bouilloire de 1500W avec rendement de 75% :

$$\begin{aligned} E_u &= P_{u_1} \cdot t_1 & | \; or \; P_{u_1} = \eta_1 \cdot P_1 \\ E_u &= \eta_1 \cdot P_1 \cdot t_1 & | \div (\eta_1 \cdot P_1) \\ t_1 &= \frac{E_u}{\eta_1 \cdot P_1} \\ &= \frac{E_u}{0{,}75 \cdot 1500} \\ &= \frac{E_u}{1125} \end{aligned}$$

Bouilloire de 2000W avec rendement de 60% :

$$\begin{aligned} E_u &= P_{u_2} \cdot t_2 & | \; or \; P_{u_2} = \eta_2 \cdot P_2 \\ E_u &= \eta_2 \cdot P_2 \cdot t_2 & | \div (\eta_2 \cdot P_2) \\ t_2 &= \frac{E_u}{\eta_2 \cdot P_2} \\ &= \frac{E_u}{0{,}6 \cdot 2000} \\ &= \frac{E_u}{1200} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Or \quad \frac{E_u}{1125} &> \frac{E_u}{1200} \quad donc \\ t_1 &> t_2 \end{aligned}$$

L'appareil 2 est donc le plus rapide.

Remarque : **la puissance <u>utile</u> détermine la rapidité d'un appareil** !

Exercice 29 On chauffe 2,5 l de glycérine à l'aide d'une plaque électrique de 2000W durant 4min50s. De combien augmentera la température de la glycérine durant cette opération si le rendement de l'installation est de 60% ?

Données : $V_g = 2{,}5\ l = 0{,}0025\ m^3; P_{consommée} = 2000W; t = 4min50s = 290s; \eta = 60\% = 0{,}6$

1 corps : Glycérine : $\underset{20°C}{L} \to \underset{T_f}{L}$; $\rho_g = \frac{m_g}{V_g} \Rightarrow m_g = \rho_g \cdot V_g = 1260 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}0025\ m^3 = 3{,}15\ kg$

$$\begin{aligned} E_{glycérine} &= \eta \cdot P_{consommée} \cdot t & |Substitution \\ m_g \cdot c_g \cdot \boldsymbol{\Delta T_g} &= \eta \cdot P_{consommée} \cdot t & | \div (m_g \cdot c_g) \\ \boldsymbol{\Delta T_g} &= \frac{\eta \cdot P_{consommée} \cdot t}{m_g \cdot c_g} & |Substitution \\ &= \frac{0{,}6 \cdot 2000 \cdot 290}{3{,}15 \cdot 2400} \\ &= 46°C \end{aligned}$$

Réponse : La glycérine verra sa température augmenter de 46°C si elle ne change pas d'état de la matière, ce qui est le cas avec $T_i = 20°C$.

Exercice 30 On chauffe 3 l d'eau à 15°C et un morceau de 300g de cuivre à 125°C dans une casserole (μ = 200J/K, $\boldsymbol{T_i}$ = 22°C) à l'aide d'un réchaud à gaz butane. On a relevé la masse de la bombonne de gaz à 470g avant l'utilisation, puis 420g après. Quel est le rendement de l'installation si la température après équilibre vaut 80°C ?

3 corps :

Eau : $\underset{15°C}{L} \to \underset{80°C}{L}$; $m_e = 3kg$ Cuivre : $\underset{125°C}{S} \to \underset{80°C}{S}$; $m_{Cu} = 0{,}3\ kg$ Casserole : $\underset{22°C}{S} \to \underset{80°C}{S}$; $\mu_{ca} = 200J/K$

Système de chauffage à combustion : $m_{brûlée} = 470\ g - 420\ g = 50\ g = 0{,}05\ kg$

$$\begin{aligned}
E_{reçues} + E_{cédées} &= \boldsymbol{\eta} \cdot m_{\text{brûlée}} \cdot H_{butane} && |Substitution\\
E_{eau} + E_{cuivre} + E_{casserole} &= \boldsymbol{\eta} \cdot m_{\text{brûlée}} \cdot H_{butane} && |Substitution\\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e + m_{cu} \cdot c_{cu} \cdot \Delta T_{cu} + \mu_{ca} \cdot \Delta T_{ca} &= \boldsymbol{\eta} \cdot m_{\text{brûlée}} \cdot H_{butane} && | \div (m_{\text{brûlée}} \cdot H)\\
\boldsymbol{\eta} &= \frac{m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e + m_{cu} \cdot c_{cu} \cdot \Delta T_{cu} + \mu \cdot \Delta T_{ca}}{m_{\text{brûlée}} \cdot H_{butane}} && |Substitution\\
&= \frac{3 \cdot 4180 \cdot 65 + 0{,}3 \cdot 390 \cdot (-45) + 200 \cdot 58}{0{,}05 \cdot 45{,}6 \cdot 10^6}\\
&= 0{,}36
\end{aligned}$$

Réponse : Le rendement sera de 36%.

Exercice 31 On chauffe 3 l de glycérine à 20°C et un morceau de 300g d'aluminium à 205°C dans une casserole (μ = 200J/K, T_i = 22°C) à l'aide d'un réchaud à gaz butane. On a relevé la masse de la bombonne de gaz à 470g avant l'utilisation, puis 420g après. Quelles sont les températures finales possibles ? Explication des cas extrêmes.

3 corps :

Glycérine : $\underset{20°C}{L} \rightarrow \underset{T_f}{L}$ Aluminium : $\underset{205°C}{S} \rightarrow \underset{T_f}{S}$; $m_{Al} = 0{,}3\ kg$ Casserole : $\underset{22°C}{S} \rightarrow \underset{T_f}{S}$; $\mu_{ca} = 200 J/K$

Calcul de la masse de la glycérine : $m_g = \rho_g \cdot V_g = 1{,}26 \frac{kg}{l} \cdot 3\ l = 3{,}78\ kg$

Système de chauffage à combustion : $m_{brûlée} = 470\ g - 420\ g = 50\ g = 0{,}05\ kg$

$$\begin{aligned}
E_g + E_a + E_c &= E_{utile \to réchaud}\\
m_g \cdot c_g \cdot (\boldsymbol{T_f} - T_{i\to g}) + m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot (\boldsymbol{T_f} - T_{i\to Al}) + \mu \cdot (\boldsymbol{T_f} - T_{i\to c}) &= \eta \cdot m_{brûlée} \cdot H\\
3{,}78 \cdot 2400 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 20) + 0{,}3 \cdot 897 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 205) + 200 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 22) &= \eta \cdot 0{,}05 \cdot 45{,}6 \cdot 10^6
\end{aligned}$$

On se rend compte qu'il manque le rendement pour déterminer la température finale. Or dans la donnée, on demande de déterminer les températures possibles (il y en donc plusieurs) et d'expliquer les cas extrêmes. De plus, on sait que $0 \leq \eta < 1$. On en déduit les deux cas extrêmes :

1. Le rendement est nul : $\eta = 0$

$$\begin{aligned}
3{,}78 \cdot 2400 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 20) + 0{,}3 \cdot 897 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 205) + 200 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 22) &= 0 \cdot 0{,}05 \cdot 45{,}6 \cdot 10^6\\
&\ \ \vdots\\
\boldsymbol{T_f} &\simeq 25°C
\end{aligned}$$

2. Le rendement est maximal : $\eta = 1$

$$\begin{aligned}
3{,}78 \cdot 2400 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 20) + 0{,}3 \cdot 897 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 205) + 200 \cdot (\boldsymbol{T_f} - 22) &= 1 \cdot 0{,}05 \cdot 45{,}6 \cdot 10^6\\
&\ \ \vdots\\
\boldsymbol{T_f} &\simeq 264°C
\end{aligned}$$

Valeur possible car la glycérine bout à 290°C, il n'y a pas eu de changement d'état de la matière comme supposé au début.

Les températures possibles sont donc comprises entre 25°C et 264°C.

Exercice 32 On chauffe 3 l d'eau à 15°C et un morceau de 300g de cuivre à −19°C dans une casserole (μ = 200J/K, T_i = 22°C) durant 4min30s à l'aide d'une plaque électrique. La température d'équilibre est de 40°C. Calcule la puissance de la plaque si on estime le rendement de l'installation à 60%.

3 corps :

Eau : $\underset{15°C}{L} \rightarrow \underset{40°C}{L}$; $m_e = 3kg$ Cuivre : $\underset{-19°C}{S} \rightarrow \underset{40°C}{S}$; $m_{Cu} = 0{,}3\ kg$ Casserole : $\underset{22°C}{S} \rightarrow \underset{40°C}{S}$; $\mu_{ca} = 200 J/K$

Système de chauffage électrique : $\eta = 0{,}6$; $t = 270\ s$

$$\begin{aligned}
E_{eau} + E_{cuivre} + E_{casserole} &= E_{utile \to plaque}\\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e + m_{cu} \cdot c_{cu} \cdot \Delta T_{cu} + \mu \cdot \Delta T_c &= \eta \cdot \boldsymbol{P} \cdot t\\
3 \cdot 4180 \cdot 25 + 0{,}3 \cdot 390 \cdot 59 + 200 \cdot 18 &= 0{,}6 \cdot \boldsymbol{P} \cdot 270\\
\frac{3 \cdot 4180 \cdot 25 + 0{,}3 \cdot 390 \cdot 59 + 200 \cdot 18}{0{,}6 \cdot 270} &= \boldsymbol{P}\\
\boldsymbol{P} &\simeq 2000\ W
\end{aligned}$$

Exercice 33 Une piscine de 60'000 l est chauffée à l'aide d'une installation électrique de $P = 40kW$ et de $\eta = 70\%$.

1. Quelle est la durée de chauffage si l'on veut 26°C, alors que l'eau est initialement à 15°C ?
2. Que coûte cette opération si le prix du kilowattheure est de 15 centimes ?

1 corps : Eau : $\underset{15°C}{L} \rightarrow \underset{26°C}{L}$; $m_e = 60'000\ kg$ Système de chauffage électrique : $\eta = 0{,}7$; $P = 40'000\ W$; $t = ?$

1.
$$\begin{aligned}
E_{eau} &= E_{utile \to Installation\ électrique} \\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e &= \eta \cdot \mathrm{P} \cdot \boldsymbol{t} \\
t &= \frac{m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e}{\eta \cdot \mathrm{P}} \\
&= \frac{60'000 \cdot 4180 \cdot 11}{0{,}7 \cdot 40'000} \\
&\simeq 98'530 s \\
&\simeq 27h22min10s
\end{aligned}$$

2. Conversion : $E = 1\ kWh = 1kW \cdot 1h = 1000W \cdot 3600s = 3'600'000\ J$, donc $1kWh = 3'600'000J$

$E_{consommée} = P \cdot t \simeq 40'000 \cdot 98530 = 3'941'142'857\ J$

On trouve ensuite les réponses avec un tableau de correspondance :

$E\ [kWh]$	1	$\simeq 1095$
$E\ [J]$	$3'600'000$	$3'941'142'857$
$Prix\ [Fr.]$	0,15	$\simeq 165$

Cela coûte environ 165 francs.

Exercice 34 L'eau chaude d'un immeuble est fournie par un boiler à gaz butane dont le rendement est environ de 75%.
1. Quelle masse de gaz est nécessaire pour chauffer l'eau d'un bain de 200 l de 12°C à 40°C ?
2. Même question mais pour une douche qui a nécessité 30l d'eau ?

Système de chauffage à combustion : $m_{brûlée} = ?$

1. 1 corps : Eau : $\underset{12°C}{L} \to \underset{40°C}{L}$; $m_e = 200\ kg$

$$\begin{aligned}
E_{eau} &= E_{utile \to Boiler} \\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e &= \eta \cdot \boldsymbol{m_{brûlée}} \cdot H \\
\boldsymbol{m_{brûlée}} &= \frac{m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e}{\eta \cdot H} \\
&= \frac{200 \cdot 4180 \cdot 28}{0{,}75 \cdot 45{,}6 \cdot 10^6} \\
&= 0{,}68 kg \\
&= 680 g
\end{aligned}$$

2. 1 corps : Eau : $\underset{12°C}{L} \to \underset{40°C}{L}$; $m_e = 30\ kg$

$$\begin{aligned}
E_{eau} &= E_{utile \to Boiler} \\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e &= \eta \cdot \boldsymbol{m_{brûlée}} \cdot H \\
\boldsymbol{m_{brûlée}} &= \frac{m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e}{\eta \cdot H} \\
&= \frac{30 \cdot 4180 \cdot 28}{0{,}75 \cdot 45{,}6 \cdot 10^6} \\
&= 0{,}10 kg \\
&= 100 g
\end{aligned}$$

ou

Il y a environ 6,67 fois moins d'eau à chauffer, il faut donc 6,67 fois moins de carburant, car on utilise le même appareil (puissance et rendement n'ont pas changé !)

Exercice 35 Lorsqu'une personne est atteinte de forte fièvre, on peut lui faire baisser la température en lui donnant un bain « froid ». Imaginons une température de 40°C pour un homme de 70kg (80% d'eau compose l'homme et on néglige le reste). On le plonge dans un bain de 200l à 36°C. En supposant que la température du bain et de la personne se soit équilibrée en 15min à 37,5°C, calcule la puissance calorifique du malade ? (indication : le corps fonctionne d'une part comme un corps et d'autre part comme source de chaleur extérieure)

On considère que le corps humain est un chauffage de puissance utile P_{cal}. La masse d'eau du corps es est de $80\% \cdot 70 = 56kg$ et on néglige le reste.

2 corps :

Eau → Bain : $\underset{36°C}{L} \to \underset{37{,}5°C}{L}$; $m_e = 200\ kg$ Eau → Homme : $\underset{40°C}{S} \to \underset{37{,}5°C}{S}$; $m_h = 70\ kg$

$$\begin{aligned}
\underset{36°C \to 37{,}5°C}{E_{eau}} + \underset{40°C \to 37{,}5°C}{E_{humain}} &= E_{utile \to humain} \\
m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e + m_h \cdot c_h \cdot \Delta T_h &= \boldsymbol{P_{cal}} \cdot t \\
\boldsymbol{P_{cal}} &= \frac{m_e \cdot c_e \cdot \Delta T_e + m_h \cdot c_h \cdot \Delta T_h}{t} \\
\boldsymbol{P_{cal}} &= \frac{200 \cdot 4180 \cdot 1{,}5 + 56 \cdot 4180 \cdot (-2{,}5)}{900} \\
&\simeq 743\ W
\end{aligned}$$

Remarques :
1. On considère la puissance d'une personne au repos de 100W environ. Ce malade produit donc 7 fois plus de chaleur qu'une personne normale au repos, ce qui explique sa fièvre…
2. D'un autre côté, un cycliste au sprint a une puissance de 1500W à 2000W, soit deux fois plus que notre malade. Lui par contre n'est pas au repos… (Sa température monte également)

Exercice 36 A quelle température devrait se trouver de la glace pour que l'énergie nécessaire à la faire fondre se répartissent à parts égales entre l'énergie de chauffage de cette glace jusqu'à T_F et l'énergie de fusion elle-même ?

$$\begin{aligned}
E_{glace\to 0°C} &= E_{fusion} \\
m\cdot c_{glace}\cdot\left(T_f-\boldsymbol{T_i}\right) &= m\cdot L_F \\
m\cdot c_{glace}\cdot(0-\boldsymbol{T_i}) &= m\cdot L_F \\
-m\cdot c_{glace}\cdot\boldsymbol{T_i} &= m\cdot L_F \\
\boldsymbol{T_i} &= \frac{-m\cdot L_F}{m\cdot c_{glace}} \\
&= \frac{-330'000}{2060} \\
&\simeq -160°C
\end{aligned}$$

Exercice 37 On stocke dans le compartiment à glace du frigo dont la température est de $-6°C$, une bouteille de 2,5 litres d'huile d'olive. On suppose que l'huile est sous forme solide. Combien de gaz butane faut-il brûler pour chauffer cette huile à 180°C, si le rendement de l'appareil est de 65% ?
Pour cet exercice, on utilisera, si nécessaire, les grandeurs physiques suivantes :
$c_{huile}\simeq 2000\,J\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}$; $\rho_{huile}\simeq 920\,kg\cdot m^{-3}$; $T_{F\to huile}=-6°C$; $L_{F\to huile}\simeq 2\cdot 10^5\,J\cdot K^{-1}$; $T_{E\to huile}>180°C$

1 corps : Huile : $\underset{-6°C}{S}\to\underset{-6°C}{L}\to\underset{180°C}{L}$; $m_{huile}=\rho_{huile}\cdot V_{huile}=920\cdot 0{,}0025=2{,}3\,kg$

Système de chauffage à combustion : $m_{brûlée}=?$

$$\begin{aligned}
m_{huile}\cdot L_{F\to huile}+m_{huile}\cdot c_{huile}\cdot\Delta T_{huile} &= \eta\cdot m_{brûlée}\cdot H_{butane} \\
2{,}3\cdot 200000+2{,}3\cdot 2000\cdot 186 &= 0{,}65\cdot m_{brûlée}\cdot 45'600'00 \\
m_{brûlée} &= \frac{1'315'600}{29'640'000} \\
&\simeq 0{,}04438kg \\
&\simeq 44{,}4g
\end{aligned}$$

Exercice 38 On chauffe un « glaçon » d'éthanol (2,4 kg) à T_F à l'aide d'un système électrique (2500W, η=60%) durant 5min. Quelle sera la température finale ?

On se rend compte que le glaçon commence par fondre car il se trouve à l'état solide à température de fusion. Par contre, on ne sait pas s'il va fondre entièrement ou partiellement, s'il atteindra la température d'ébullition, etc. On ne connaît pas l'état final, ni sa température. Il faut donc procéder par étapes :

1. $E_{utile}=\eta\cdot P\cdot t=0{,}6\cdot 2500\cdot 300=450'000\,J$ à *disposition*

2. $E_{fusion}=m\cdot L_F=2{,}4\cdot 1{,}09\cdot 10^5=261'600\,J$
$E_{restante}=450'000-261'600=188'400J$

3. $$\begin{aligned}
E_{alcool\to T_E} &= m\cdot c\cdot\Delta T \\
&= 2{,}4\cdot 2460\cdot\left(78{,}2-(-114{,}1)\right) \\
&= 1'135'339{,}2\,J
\end{aligned}$$

Il n'y a pas assez d'énergie à disposition, donc l'alcool n'atteindra pas T_E. On se demande alors quelle sera sa température finale.

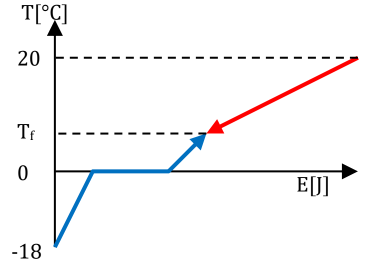
4. $$\begin{aligned}
E_{alcool\to T_f} &= E_{restante} \\
m\cdot c\cdot(\boldsymbol{T_f}-T_i) &= 188'400J \\
2{,}4\cdot 2460\cdot\left(\boldsymbol{T_f}-(-114{,}1)\right) &= 188'400 \\
\boldsymbol{T_f} &= \frac{188'400}{2{,}4\cdot 2460}-114{,}1 \\
&\simeq -82°C
\end{aligned}$$

Exercice 39 Combien faut-il ajouter de glace (-18°C) à 3dl de jus d'orange à 20°C pour obtenir une température de 8°C ? (Les propriétés physiques du jus d'orange sont proches de celles de l'eau)

2 corps :
Glace : $\underset{-18°C}{S}\to\underset{0°C}{S}\to\underset{0°C}{L}\to\underset{8°C}{L}$; $m_g=?$ Jus d'orange : $\underset{20°C}{L}\to\underset{8°C}{L}$; $m_j=0{,}3\,kg$

Système isolé

$$\begin{aligned}
E_{glace\rightarrow 0°C} \quad + E_{fusion} \quad + E_{eau\rightarrow 8°C} \quad + E_{jus\rightarrow 8°C} &= 0\\
\boldsymbol{m_g}\cdot c_g\cdot\Delta T_g+\boldsymbol{m_g}\cdot L_F+\boldsymbol{m_g}\cdot c_e\cdot\Delta T_e+m_j\cdot c_j\cdot\Delta T_j &= 0\\
m_g\cdot 2060\cdot 18+m_g\cdot 330'000+m_g\cdot 4180\cdot 8+0{,}3\cdot 4180\cdot(-12) &= 0\\
400'520\, m_g &= 15'048\\
m_g &= \frac{15'048}{400'520}\\
&\simeq 0{,}038\, kg
\end{aligned}$$



En rouge : le jus d'orange qui passe de 20°C à 8°C
En bleu : la glace qui passe de -18°C à 0°C, puis fond et finalement passe de 0°C à 8°C

Exercice 40 On ajoute un glaçon (-18°C) de 5g à 4cl de whisky à 20°C (45% d'alcool et le reste est assimilable à de l'eau). Que vaut T_f ? (Indication : A la température finale, tout est liquide)

C'est un système à 3 corps :

Glaçon (eau) : $\underset{-18°C}{S} \rightarrow \underset{0°C}{S} \rightarrow \underset{0°C}{L} \rightarrow \underset{\mathrm{T_f}<20°C}{L}$

Whisky avec comme parties :

- Alcool : $\underset{20°C}{L} \rightarrow \underset{\mathrm{T_f}<20°C}{L}$ dont la masse est à calculer
- Eau : $\underset{20°C}{L} \rightarrow \underset{\mathrm{T_f}<20°C}{L}$ dont la masse est à calculer

Calculs préalables :

Il y a 45% du volume qui est de l'alcool, donc 55% est de l'eau.

On peut calculer le volume d'eau contenu dans le whisky :

$V_{eau\rightarrow w} = 0{,}55\cdot 0{,}04\ l = 0{,}022\ \ l$

d'où la masse d'eau contenu dans le whisky:

$m_{eau\rightarrow w} = 0{,}022\ \ kg$

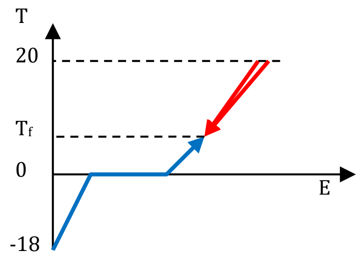
On peut calculer le volume d'alcool contenu dans le whisky :

$V_{a\rightarrow w} = 0{,}45\cdot 0{,}04 = 0{,}018\ l$

d'où la masse d'alcool contenue dans le whisky :

$$\begin{aligned}
m_{a\rightarrow w} &= \rho_a\cdot V_{a\rightarrow w}\\
&= 0{,}018\cdot 0{,}79\\
&= 0{,}01422\ kg
\end{aligned}$$

Schéma de la situation :



En bleu : la glace qui passe de -18°C à 0°C, puis fond et finalement passe de 0°C à T_f

En rouge :
- la partie « alcool » du whisky (pente la plus raide) qui passe de 20°C à T_f
- la partie « eau » du whisky (pente la moins raide) qui passe de 20°C à T_f

En supposant le système isolé :

$$\begin{aligned}
E_{glace} \quad + E_{fusion} \quad + E_{eau} \qquad\qquad + E_{eau\rightarrow w} \qquad\qquad + E_{a\rightarrow w} &= 0\\
m_g\cdot c_g\cdot\Delta T_g+m_g\cdot L_F+m_g\cdot c_e\cdot(\mathrm{T_f}-T_{F\rightarrow eau})+m_{eau\rightarrow w}\cdot c_{eau\rightarrow w}\cdot(\mathrm{T_f}-T_{i\rightarrow w})+m_{a\rightarrow w}\cdot c_{a\rightarrow w}\cdot(\mathrm{T_f}-T_{i\rightarrow w}) &= 0\\
0{,}005\cdot 2060\cdot 18+0{,}005\cdot 3{,}3\cdot 10^5+0{,}005\cdot 4180\cdot T_f+0{,}022\cdot 4180\cdot(T_f-20)+0{,}01422\cdot 2460\cdot(T_f-20) &= 0\\
185{,}4+1650+20{,}9\cdot T_f+91{,}96\cdot T_f-1839{,}2+34{,}9812\cdot T_f-699{,}624 &= 0\\
147{,}8412\cdot T_f &= 703{,}424\\
T_f &\simeq 4{,}8°C
\end{aligned}$$

La température finale est d'environ 4,8°C.

3 MÉCANIQUE

3.1 Cinématique

Exercice 41 Calcule la vitesse moyenne d'un promeneur qui parcourt 3km en 40min.

$$v_{moyenne} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{3000}{40 \cdot 60} = 1{,}25\ m/s$$

Exercice 42 En supposant circulaire la trajectoire de la Terre autour du Soleil, détermine la vitesse de celle-ci. (Terre-Soleil $\simeq 1{,}5 \cdot 10^{8} km$)

La Terre met une année pour effectuer un tour complet autour du Soleil :

$$v_{moyenne} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \simeq 29'886\ m/s \simeq 30\ km/s$$

Exercice 43 Un cycliste gravit une côte à 15km/h de moyenne et la redescend à 45km/h. Quelle est sa vitesse moyenne ?

L'erreur à ne pas commettre est de croire qu'il faille faire la moyenne des vitesses.

Appelons d la distance de la montée, donc d celle de la descente et $2d$ l'aller-retour ; t_1 la durée de la montée, t_2 celle de la descente.

A la montée :

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{d}{\Delta t_1} \\ \Delta t_1 &= \frac{d}{v_1} \\ &= \frac{d}{15} \quad ① \end{aligned}$$

A la descente :

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{d}{\Delta t_2} \\ \Delta t_2 &= \frac{d}{v_2} \\ &= \frac{d}{45} \quad ② \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{moyenne} &= \frac{2d}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \qquad |avec\ ①\ et\ ② \\ &= \frac{2d}{\frac{d}{15} + \frac{d}{45}} \\ &= \frac{2d}{\frac{3d}{45} + \frac{d}{45}} \\ &= \frac{2d}{\frac{4d}{45}} \\ &= 2d \cdot \frac{45}{4d} \\ &= 22{,}5\ km/h \end{aligned}$$

Exercice 44 Convertir 1km/h en m/s et inversement

$$v = 1\ km/h = \frac{1km}{1h} = \frac{1000m}{3600s} = \frac{1000}{3600} m/s = 0{,}2\overline{7}\ m/s$$

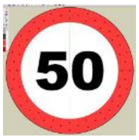
$$v = 1\ m/s = \frac{1m}{1s} = \frac{3600m}{3600s} = \frac{3{,}6km}{1h} = 3{,}6\ km/h$$

ou

Distance [m]	1000 ②	$1 \div 3{,}6 = 0{,}2\overline{7}$ ④
Distance [km]	1 ①	
Temps [h]	1 ①	
Temps [s]	3600 ②	1 ③

donc $1\ km/h = 0{,}2\overline{7}\ m/s$ et $1\ m/s = 3{,}6\ km/h$

Exercice 45 Vitesse moyenne ou instantanée :

1. 

instantanée
2. La vitesse d'un coureur qui effectue son 100m en 10s : **moyenne**
3. La vitesse du service de Federer : **instantanée**
4. Un vent soufflant à 40km/h avec des pointes à 70km/h : **instantanée pour les pointes, moyenne pour les 40 km/h**

Exercice 46 Un mobile M se déplace le long d'une droite et sa position est donnée par $x(t) = 5t^2 + 8$. Calcule les vitesses moyennes pour les intervalles de temps entre :

1. 2s et 3s
2. 2s et 2,5s
3. 2s et 2,01s
4. 2s et 2,00001s

Dans quel(s) cas peut-on parler de vitesse instantanée ?

1. Position à $t_1 = 2\ s : x(2) = 5 \cdot 2^2 + 8 = 28\ m$
   Position à $t_2 = 3\ s : x(3) = 5 \cdot 3^2 + 8 = 53\ m$
   Distance parcourue : $d = x(3) - x(2) = 53 - 28 = 25\ m$
   Durée du trajet : $\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 2 = 1$
   Vitesse moyenne :
$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{25}{1} = 25\ m/s$$

2. Position à $t_1 = 2\ s : x(2) = 5 \cdot 2^2 + 8 = 28\ m$
   Position à $t_2 = 2{,}5\ s : x(2{,}5) = 5 \cdot 2{,}5^2 + 8 = 39{,}25\ m$
   Distance parcourue : $d = x(2{,}5) - x(2) = -28 = 11{,}25\ m$
   Durée du trajet : $\Delta t = t_2 - t_1 = 2{,}5 - 2 = 0{,}5$
   Vitesse moyenne :
$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{11{,}25}{0{,}5} = 22{,}5\ m/s$$

3. Position à $t_1 = 2\ s : x(2) = 5 \cdot 2^2 + 8 = 28\ m$
   Position à $t_2 = 2{,}01\ s : x(2{,}01) = 5 \cdot 2{,}01^2 + 8 = 28{,}2005\ m$
   Distance parcourue :
   $d = x(2{,}01) - x(2) = 28{,}2005 - 28 = 0{,}2005\ m$
   Durée du trajet : $\Delta t = t_2 - t_1 = 2{,}01 - 2 = 0{,}01$
   Vitesse moyenne :
$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0{,}2005}{0{,}01} = 20{,}05\ m/s$$

4. Position à $t_1 = 2\ s : x(2) = 5 \cdot 2^2 + 8 = 28\ m$
   Position à $t_2 = \ 2{,}00001\ s$:
   $x(\ 2{,}00001) = 5 \cdot \ 2{,}00001^2 + 8 = 28{,}0002000005\ m$
   Distance parcourue :
   $d = x(\ 2{,}00001) - x(2) = 28{,}0002000005 - 28 = 0002000005\ m$
   Durée du trajet : $\Delta t = t_2 - t_1 = \ 2{,}00001 - 2 = \ 0{,}00001$
   Vitesse moyenne :
$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0{,}0002000005}{0{,}00001} = 20{,}00005\ m/s$$

Dans les situations 3 et 4, on peut se considérer comme proche de la vitesse instantanée (20 m/s).

Exercice 47 Une personne observe le mouvement d'un mobile. La distance qui la sépare du mobile est donnée par $x(t) = 8t - 50$, avec x en mètres et t en secondes.

1. Quelle est la position du mobile quand $t = 3\ s$?
   $x(3) = 8 \cdot 3 - 50 = -26\ m$

2. Quelle est la vitesse du mobile quand $t = 10\ s$?
   La vitesse est de 8 m/s car $x(t)$est l'horaire d'un mouvement rectiligne uniforme : $x(t) = v \cdot t + x_0$

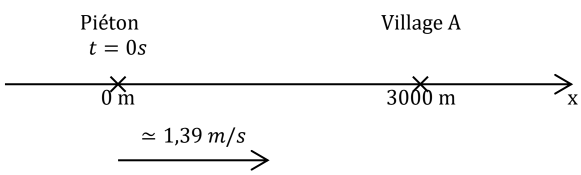
3. Quelle est la vitesse du mobile quand $t = 0\ s$?
   La vitesse est de 8 m/s car $x(t)$est l'horaire d'un mouvement rectiligne uniforme : $x(t) = v \cdot t + x_0$

4. Quelle est la distance parcourue par le mobile entre les instants $t = -2\ s$ et $t = 7\ s$?
$$\begin{aligned} & d \\ = \ & x(7) - x(-2) \\ = \ & 8 \cdot 7 - 50 - (8 \cdot (-2) - 50) \\ = \ & 72\ m \end{aligned}$$

5. Quand le mobile « percute-t-il » l'observateur ?
   $x(t)$ est la distance entre le mobile et l'observateur. La collision a lieu lorsque cette distance est nulle :
$$\begin{aligned} x(t) &= 0 \\ 8t - 50 &= 0 \\ 8t &= 50 \\ t &= \frac{50}{8} \\ &= 6{,}25\ s \end{aligned}$$

Exercice 48 Un piéton se déplace à 5 km/h. Il se trouve à 3 km d'un village.
1. Donne l'horaire du piéton (2 cas possibles)
2. A quelle distance du village se trouvera-t-il 50 minutes plus tard ? (2 cas possibles)

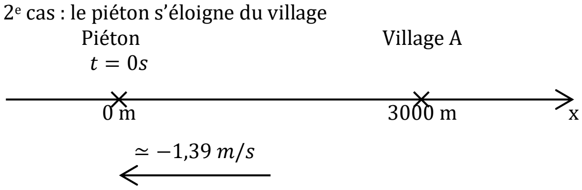
1er cas : le piéton se rapproche du village



1.
$$x(t) = \frac{5}{3{,}6}t$$

2. 50 minutes (= 3000 s) plus tard

2e cas : le piéton s'éloigne du village



1.
$$x(t) = \frac{-5}{3{,}6}t$$

2. 50 minutes (= 3000 s) plus tard

$$x(3000) = \frac{5}{3{,}6} \cdot 3000 \simeq 4167\ m$$

$$d = |x_{village} - x(3000)| = |3000 - 4167| = 1167\ m$$

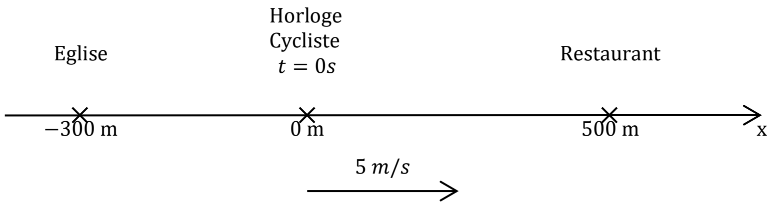
$$x(3000) = \frac{-5}{3{,}6} \cdot 3000 \simeq -4167\ m$$

$$d = |x_{village} - x(3000)| = |3000 - (-4167)| = 7167\ m$$

Exercice 49 Un cycliste roule à 5 ms^{-1}. Il passe à côté de l'horloge de la gare à midi exactement. Détermine la position du cycliste en fonction du temps affiché par l'horloge. L'origine de l'axe de la position se situe :
1. à l'horloge
2. à l'église, distante de 300 m de l'horloge, dans le sens opposé de celui de la progression du cycliste
3. au restaurant vers lequel se dirige le cycliste, distant de 500 m de l'horloge.

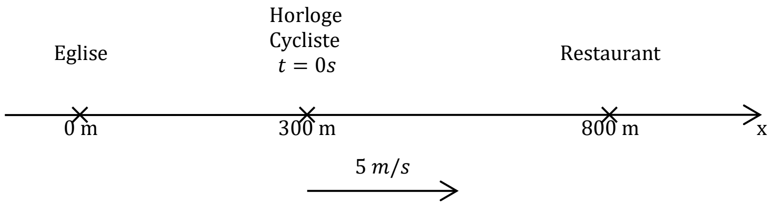
En considérant midi comme 0 h PM (et non 12h).

1.



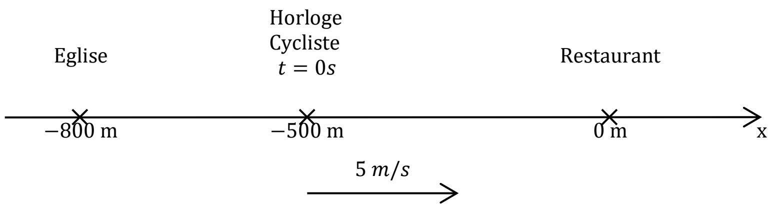
$x(t) = 5t$

2.



$x(t) = 5t + 300$

3.

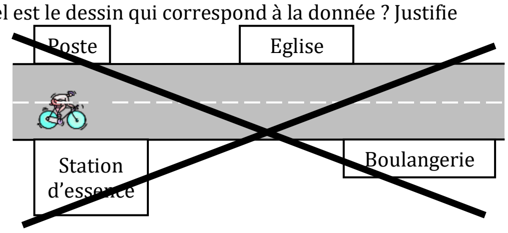


$x(t) = 5t - 500$

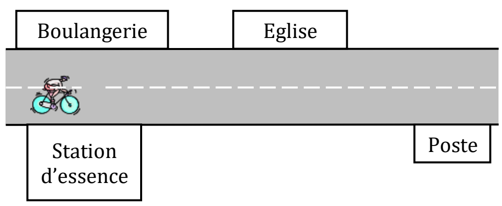
Exercice 50 Un cycliste traverse une ville à la vitesse de 36 km/h. Il passe devant la boulangerie à 12h34 : c'est l'instant où l'on déclenche le chronomètre. Il passe devant la poste à 12h40.

1. Quel est le dessin qui correspond à la donnée ? Justifie

a.

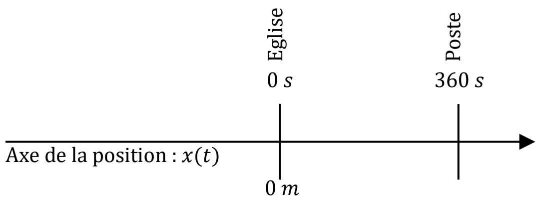


b.



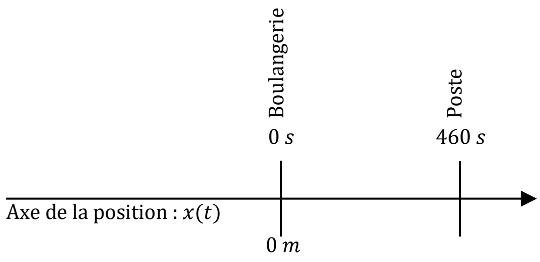
2. Quel schéma correspond à la donnée ? Justifie

a.



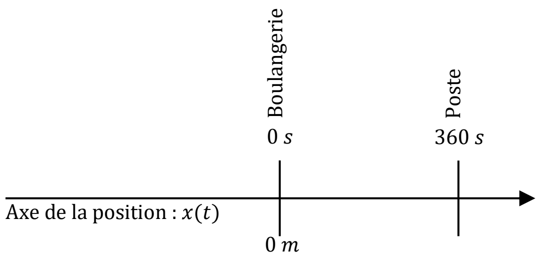
Impossible : on déclenche le chrono devant la boulangerie, donc 0 s devant la boulangerie

b.



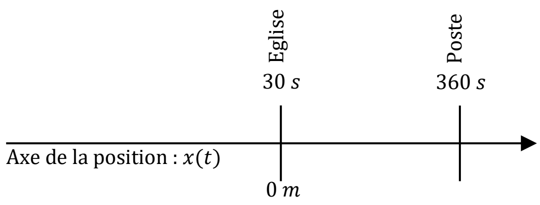
Impossible : 6 min entre la boulangerie et la poste, donc 360 s devant la poste.

c.



Correct : 0s devant la boulangerie et 360 s devant la poste.

d.



? : on ne sait pas où se trouve l'église, c'est peut-être juste, mais on ne peut pas le vérifier.

3. Détermine l'horaire du cycliste d'après le bon schéma précédent

$$x(t) = \frac{36}{3{,}6}t = 10t$$

4. Calcule la distance qui sépare la boulangerie de la poste.

$$\begin{aligned} x(360) &= 10 \cdot 360 \\ &= 3600\ m \end{aligned}$$

Exercice 51 Une personne A appelle une personne B pour lui fixer un rendez-vous pour lui rendre des affaires. Ils conviennent de se rencontrer chez B qui rentre en vélo chez lui. Il lui reste encore 8km100 à parcourir. 5min plus tard, A enfourche son vélo et se rend chez B. A l'aide du graphique de la page suivante :

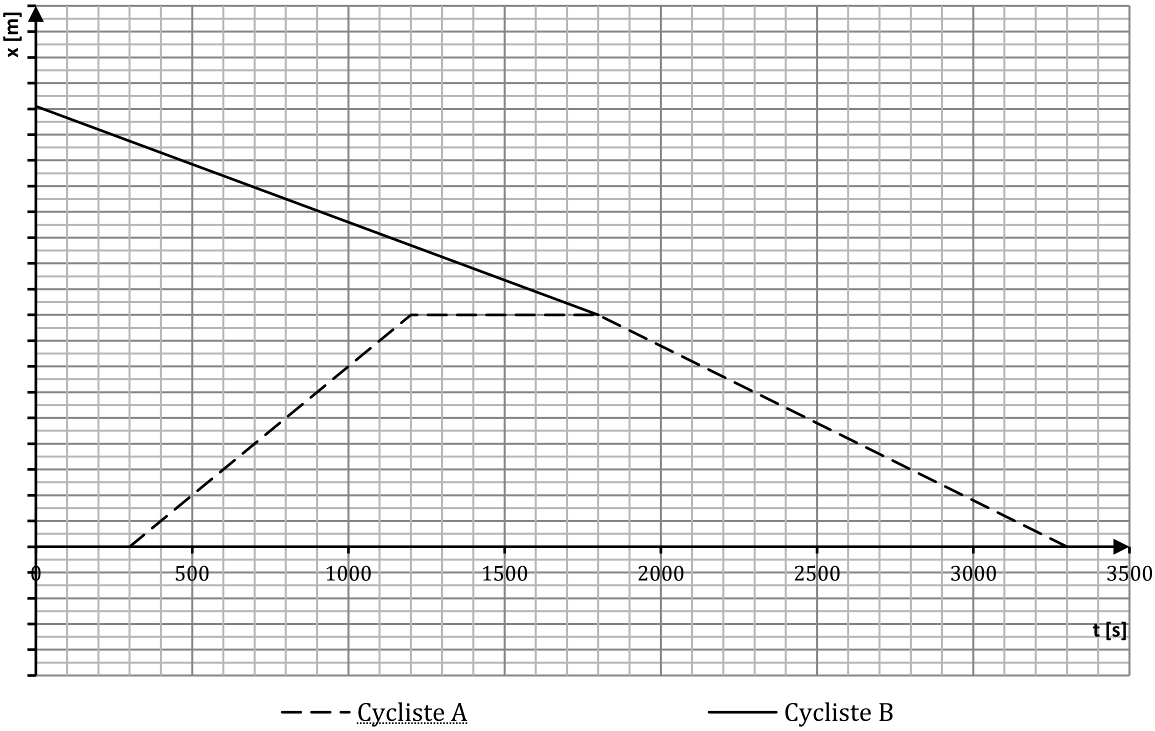
1. Complète la légende. Justifie
Le cycliste A effectue un aller, une pause puis un retour, donc 3 parties ; le cycliste B rentre chez lui, donc une partie.
2. Qui arrive en premier au rendez-vous ?
Le cycliste A (1200 s) ; le B arrive seulement après 1800 s.
3. Qui circule le plus rapidement ?
Le cycliste A durant son trajet Aller. (c'est la pente la plus raide du graphique, donc le plus de distance pour un temps fixé, c'est-à-dire la plus grande vitesse.)
4. Quelle est la durée d'attente du premier arrivé ?
D'après la question 2, le cycliste A doit attendre 600 s.
5. « Nomme » les trois parties de la courbe du cycliste en tiret.
Aller – Pause – Retour
6. Dans quelle des trois parties ce cycliste parcourt-il la distance la plus longue ?
A l'aller et au retour…
7. La rencontre se passe à 14h45. Quand A a-t-il appelé B ?
1800 s plus tôt, c'est-à-dire 30 min plus tôt, donc à 14h15
8. Gradue l'axe vertical
Le cycliste B parcourt 8100m, il y a légèrement plus de 8 tiret sur l'axe vertical pour le parcours de B, donc chaque tiret vaut 1000m
9. Détermine la vitesse de chaque cycliste. Pour le cycliste en tiret, donne la vitesse de chaque partie du graphique.
Cycliste A :
Partie 1 : $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{9000}{900} = 10\ m/s$ Partie 2 : $v = 0\ m/s$ (Pause) Partie 3 : $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{9000}{1500} = 6\ m/s$
Cycliste B:
$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{8100}{1800} = 4{,}5\ m/s$$

10. Détermine l'horaire du cycliste en trait plein.

$x_B(t) = -4{,}5t \overbrace{+17100}^{9000+8100}$

11. Complète l'horaire du cycliste en tiret :

$$x_{tiret}(t) = \begin{cases} 10(t-300) & si\ 300 \leq t < 1200 \\ 9000 & si\ 1200 \leq t < 1800 \\ -6(t-1800)+9000 & si\ 1800 \leq t \leq 3300 \end{cases}$$



Exercice 52 Un camion passe au point A à 15h20 et se dirige vers le point B, distant de 4km580 à la vitesse constante de 54 km/h. Une minute plus tard, une voiture quitte B en direction de A, à la vitesse constante de 72 km/h.

1. Détermine graphiquement la position et l'heure de la rencontre. (1carreau =5s ; 1carreau = 100m)
2. Détermine l'horaire de chaque véhicule
3. Vérifie algébriquement les réponses trouvées à la question 1.

Graphique sur page suivante.

Référentiel : 0m sur le point A, axe de la position dirigé de A vers B. 0s à 15h20

Horaire du camion : $x_{camion}(t) = \overbrace{v_{camion}}^{\substack{54\div 3{,}6 \\ pour\ trans- \\ former\ en\ m/s}} \cdot t + \overbrace{x_{0\to camion}}^{\substack{0\ car\ le \\ camion\ est \\ à\ la\ graduation \\ 0m\ quand\ t=0s}} = 15 \cdot t$

A 15h21 pour $t = 60\ s$, la voiture se trouve à la position 4580m, sa vitesse est de « -20 m/s » car elle se déplace de B vers A, sens contraire à l'axe de la position.

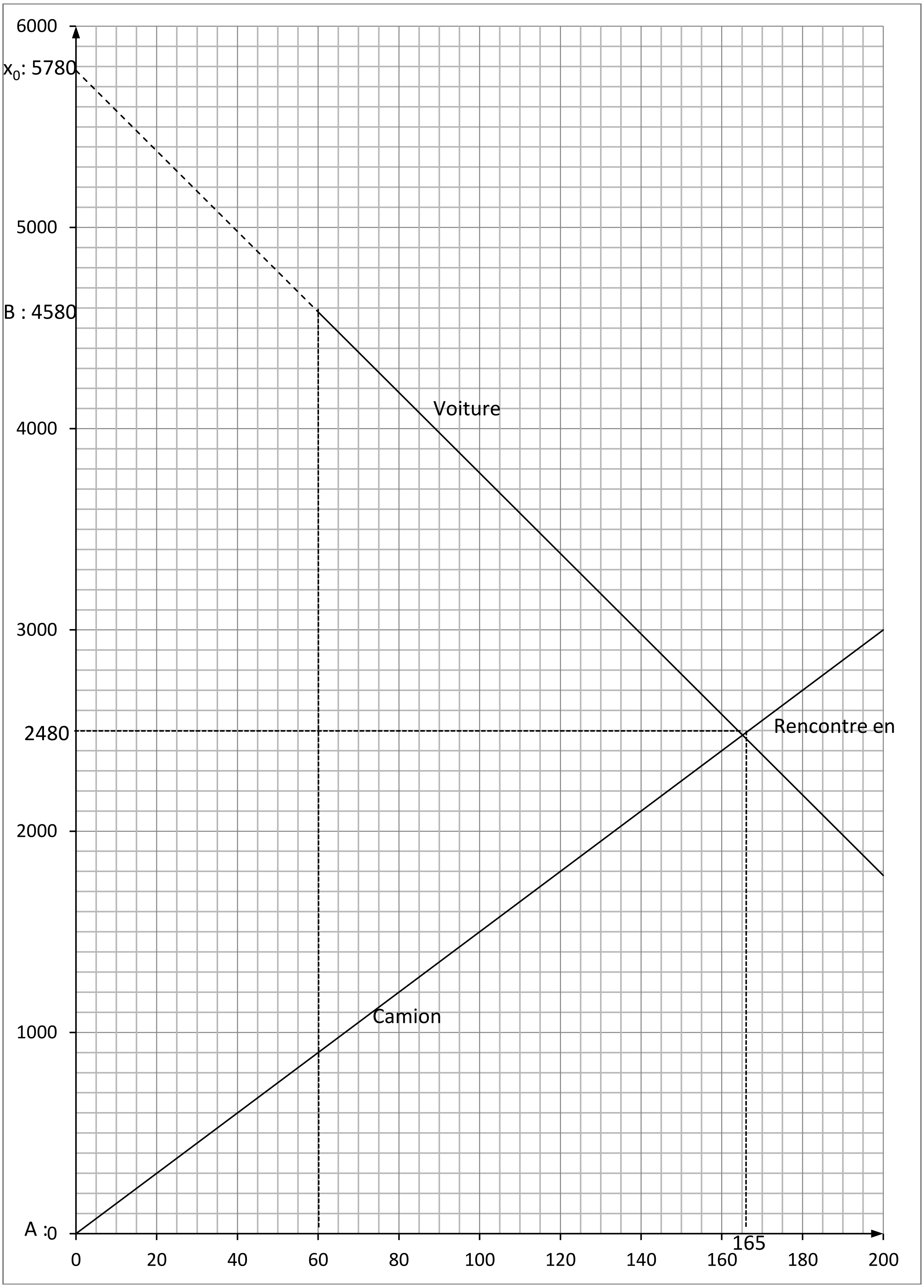
Horaire de la voiture : $x_{voiture}(t) = v_{voiture} \cdot (t - t_0) + x_{0\to voiture} = -20(t-60) + 4580$

On trouve la rencontre en posant :

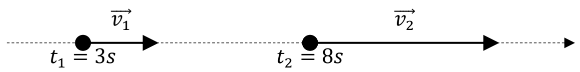
$$\begin{array}{rcll} x_{camion}(t) & = & x_{voiture}(t) & \\ 15t & = & -20t + 5780 & \mid +20t \\ 35t & = & 5780 & \mid \div 35 \\ t & \simeq & 165s & \end{array}$$

au lieu : $x_{camion}(165) = 15 \cdot 165 \simeq 2477m\ de\ A$

Graphique au dos

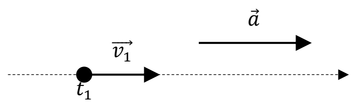

6000
x0: 5780
5000
B : 4580
Voiture
4000
3000
2480
Rencontre en
2000
Camion
1000
A :0
165
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200

Exercice 53 Détermine l'accélération du mobile :

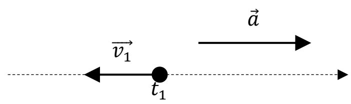


Echelle : $1cm$ correspond à 4 ms^{-1}

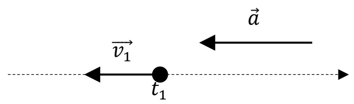
Exercice 54 Détermine dans chaque cas :
1. si les mobiles accélèrent ou freinent au sens courant du langage,
2. le signe de la vitesse
3. Le signe de l'accélération

1.


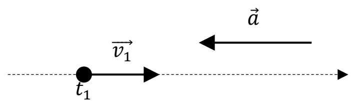
Accélération, $v_1 > 0$ et $a > 0$

2.


Freinage, $v_1 < 0$ et $a > 0$

3.


Accélération, $v_1 < 0$ et $a < 0$

4.


Freinage, $v_1 > 0$ et $a < 0$

Exercice 55 Le mouvement d'un mobile est donné par : $x(t) = -2t^2 + 3t - 5$
1. De quel mouvement s'agit-il ?
2. Quelle accélération subit le mobile ?
3. Quelle est la vitesse du mobile à $t = 0\ s$?
4. Quelle est la position du mobile à $t = 0\ s$?
5. Quand et où le mobile aura-t-il une vitesse nulle ?

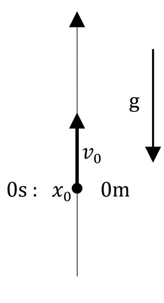
$$x(t) = \overbrace{-2t^2}^{\frac{1}{2}at^2} + \overbrace{3t}^{v_0t}\overbrace{-5}^{x_0}$$

1. MRUA
2. $$\frac{1}{2}a = -2 \qquad |\cdot 2$$
   $$a = -4\ ms^{-2}$$
3. $v_0 = 3\ m/s$ cf. question précédente
4. $x_0 = -5$ cf. question n°2
5. $$\begin{aligned} v(t) &= a \cdot t + v_0 \\ v(t) &= -4t + 3 \\ 0 &= -4t + 3 \\ 4t &= 3 \\ t &= 0{,}75\ s \end{aligned}$$

Exercice 56 Un cycliste démarre et atteint 30 km/h après 50 m. En supposant son accélération constante :
1. Quelle est sa vitesse moyenne ?
2. Combien de temps lui aura-t-il fallu pour atteindre les 30 km/h ?
3. Que vaut son accélération ?

1. On utilise la formule donnée dans la théorie $v_{moyenne} = \frac{v_0+v1}{2} = \frac{0+30}{2} = 15\ km/h \simeq 4{,}2\ m/s$
2. Comme la vitesse moyenne est de 4,2 m/s et la distance 50m : $v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{50}{15 \div 3{,}6} = 12\ s$
3. On utilise la définition : $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 \div 3{,}6}{12} \simeq 0{,}69\ m/s^2$. Pour trouver Δv, on a utilisé le fait qu'au démarrage, la vitesse est nulle et 12 s plus tard, elle vaut 30 km/h (à convertir en m/s)

Exercice 57 Une pierre est lancée verticalement vers le haut à la vitesse initiale de 25 m/s. Quelle est la hauteur atteinte par la pierre ? *(Indication : quelle sera la vitesse de la pierre à son point le plus élevé ?)*



On cherche la hauteur atteint par la pierre, c'est-à-dire sa position au plus haut. Or la position est donnée par l'horaire. On pose le référentiel : 0m au point du lâcher, axe de la position dirigé vers le haut, 0s au moment du lâcher.

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

L'accélération est $g = -10ms^{-2}$; elle est négative car elle est de sens contraire à l'axe de la position.
La vitesse à $t = 0s$: $v_0 = 25ms^{-1}$; elle est positive car elle est de même sens que l'axe de la position.
La position à $t = 0s$: $x_0 = 0m$; car j'ai choisi l'origine de mon repère à la position de départ.

L'horaire devient :

$$x(t)=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0=\frac{1}{2}(-10)t^2+25t+0=-5t^2+25t$$

Pour connaître la position la plus élevée, je dois connaître le temps pour lequel surviendra cette situation. J'utilise l'indication donnée : au point le plus haut, la vitesse est nulle ! Comme la vitesse est donnée par :

$$v(t)=at+v_0=-10t+25$$

J'obtiens l'équation :

$$\begin{aligned} v(t) &= 0 \\ -10t+25 &= 0 \\ t &= 2{,}5s \end{aligned}$$

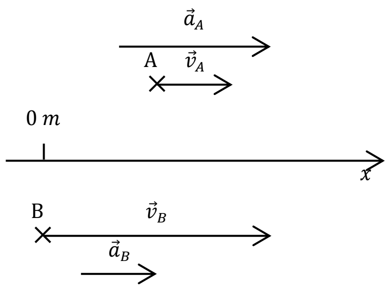
On trouve finalement la position à $t=2{,}5\ s$:

$$x(2{,}5)=-5\cdot 2{,}5^2+25\cdot 2{,}5=31{,}25m$$

La pierre atteint 31,25 m de haut.

Exercice 58 Deux autos A et B se déplacent sur une même route, dans la même direction. A un moment donné, leurs vitesses respectives sont de 1 m/s et 3 m/s, et leurs accélérations de 2 m/s^2 et 1 m/s^2. Si, à ce moment-là, l'auto A a 1,5 m d'avance sur B, à quel moment les deux voitures seront à la même hauteur ?

Choisissons $t=0\ s$ lorsque l'auto A a 1,5 m d'avance sur B, et posons 0m sur la voiture B, l'axe de la position est dirigé dans le sens de marche des véhicule.



Situation lorsque $t=0\ s$

Voiture A :

$$x_A(t)=\frac{1}{2}a_At^2+v_{0_A}t+x_{0_A}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot t^2+1\cdot t+1{,}5=t^2+t+1{,}5$$

Voiture B :

$$x_B(t)=\frac{1}{2}a_Bt^2+v_{0_B}t+x_{0_B}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot t^2+3\cdot t+0=\frac{1}{2}t^2+3t$$

Rencontre :

$$\begin{aligned} x_A(t) &= x_B(t) \\ t^2+t+1{,}5 &= \frac{1}{2}t^2+3t \quad \left|-\frac{1}{2}t^2-3t\right. \\ \frac{1}{2}t^2-2t+1{,}5 &= 0 \quad |\cdot 2 \\ t^2-4t+3 &= 0 \\ (t-1)(t-3) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t-1 &= 0 \\ t_1 &= 1\ s \end{aligned} \qquad \begin{aligned} t-3 &= 0 \\ t_2 &= 3\ s \end{aligned}$$

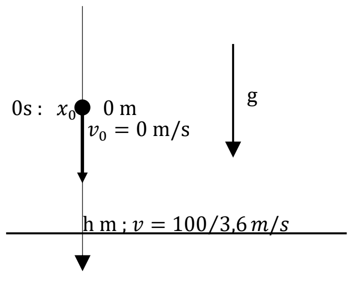
Les voitures seront à la même hauteur après 1 s et 3 s.
On explique cette situation par le fait que B roule initialement plus vite que A. B rattrape A et la devance. Mais A accélère davantage que B, la vitesse de A augmente donc plus rapidement que celle de B et au bout d'un moment, sera supérieure à celle de B. L'auto A rattrapera alors B.

Exercice 59 Depuis quelle hauteur faut-il laisser tomber un objet pour qu'il arrive au sol avec une vitesse de 100 km/h ? Quelle est la durée de la chute ? Tous les frottements sont négligés.

Posons : le 0 m et $t=0\ s$ à la situation initiale de l'objet, la direction de l'axe position vers le bas.

L'accélération est $g=10ms^{-2}$; elle est positive car elle est de même sens que l'axe de la position.
La vitesse à $t=0s$: $v_0=0\ ms^{-1}$; car l'objet est lâché.
La position à $t=0s$: $x_0=0m$; car l'origine de mon repère est à la position de départ.
Ainsi

$$x(t)=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0=\frac{1}{2}\cdot 10t^2+0t+0=5t^2 \text{ et } v(t)=at+v_0=10t$$



1. On sait que la vitesse au sol vaut 100 km/h donc :

$$\begin{aligned} v_{sol} &= 100/3{,}6 \\ 10t_{sol} &= 100/3{,}6 \quad |\div 10 \\ t_{sol} &\simeq 2{,}8s \end{aligned}$$

2. On trouve ensuite la position du sol avec l'horaire :

$$x\left(\frac{10}{3{,}6}\right)=5\cdot\left(\frac{10}{3{,}6}\right)^2\simeq 38{,}6\ m$$

Un objet qui tombe d'une hauteur d'environ 39 m met environ 2,8 s pour atteindre les 100 km/h et percuter le sol.

Exercice 60 Un taxi est arrêté à un feu rouge sur une route rectiligne. Au moment où le feu passe au vert (temps t = 0), il démarre et atteint la vitesse de $14\,m/s$ en 7 secondes. Il roule ensuite pendant 10 secondes à vitesse constante puis freine avec une décélération $a = -3{,}5\,m/s^2$ pour s'arrêter devant le feu rouge suivant.

1. Calculer l'intervalle de temps pendant lequel il freine.
2. Représente graphiquement la position en fonction du temps, la vitesse en fonction du temps et l'accélération en fonction du temps.

1. Posons : $t = 0\ s$ et $x = 0\ m$ au début du freinage, comme $a = -3{,}5\,m/s^2$, le sens de l'axe position est le même que celui du déplacement du taxi ; d'après la consigne $v_0 = 14\ m/s$, de plus, lorsque le taxi sera arrêté au feu, sa vitesse sera nulle, donc :

$$\begin{aligned} v(t) &= a \cdot t + v_0 \\ 0 &= -3{,}5t + 14 \\ 3{,}5t &= 14 \\ t &= \frac{14}{3{,}5} \\ &= 4\ s \end{aligned}$$

La taxi freine durant 4s.

2. Pour cette partie, il faut distinguer 3 trois parties : l'accélération, la vitesse constante et la décélération. Posons : $t = 0\ s$ et $x = 0\ m$ au début du parcours ; le sens de l'axe position est le même que celui du déplacement du taxi .

<u>Accélération : pour $0s \leq t < 7s$:</u>

$$a(t) = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{14 - 0}{7 - 0} = 2\ m \cdot s^{-2} \qquad v(t) = at + v_0 = 2t \qquad x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = t^2$$

Au début de la partie suivante, le taxi sera donc à la position $x(7) = 7^2 = 49m$ et sa vitesse sera de $14\ m/s$

<u>Vitesse constante : pour $7s \leq t < 17s$:</u>

Comme le mouvement ne commence pas au temps $t = 0\ s$, il faut utiliser les formules générales :

$a(t) = 0\ m/s^2$ et $v(t) = 14\ m/s$ car la vitesse est constante. $x(t) = v(t - t_1) + x_1 = 14(t - 7) + 49 = 14t - 49$

Au début de la partie suivante, le taxi sera donc à la position $x(17) = 14 \cdot 17 - 49 = 189\ m$ et sa vitesse sera de $14\ m/s$

<u>Décélération : pour $17s \leq t \leq 21s$</u>

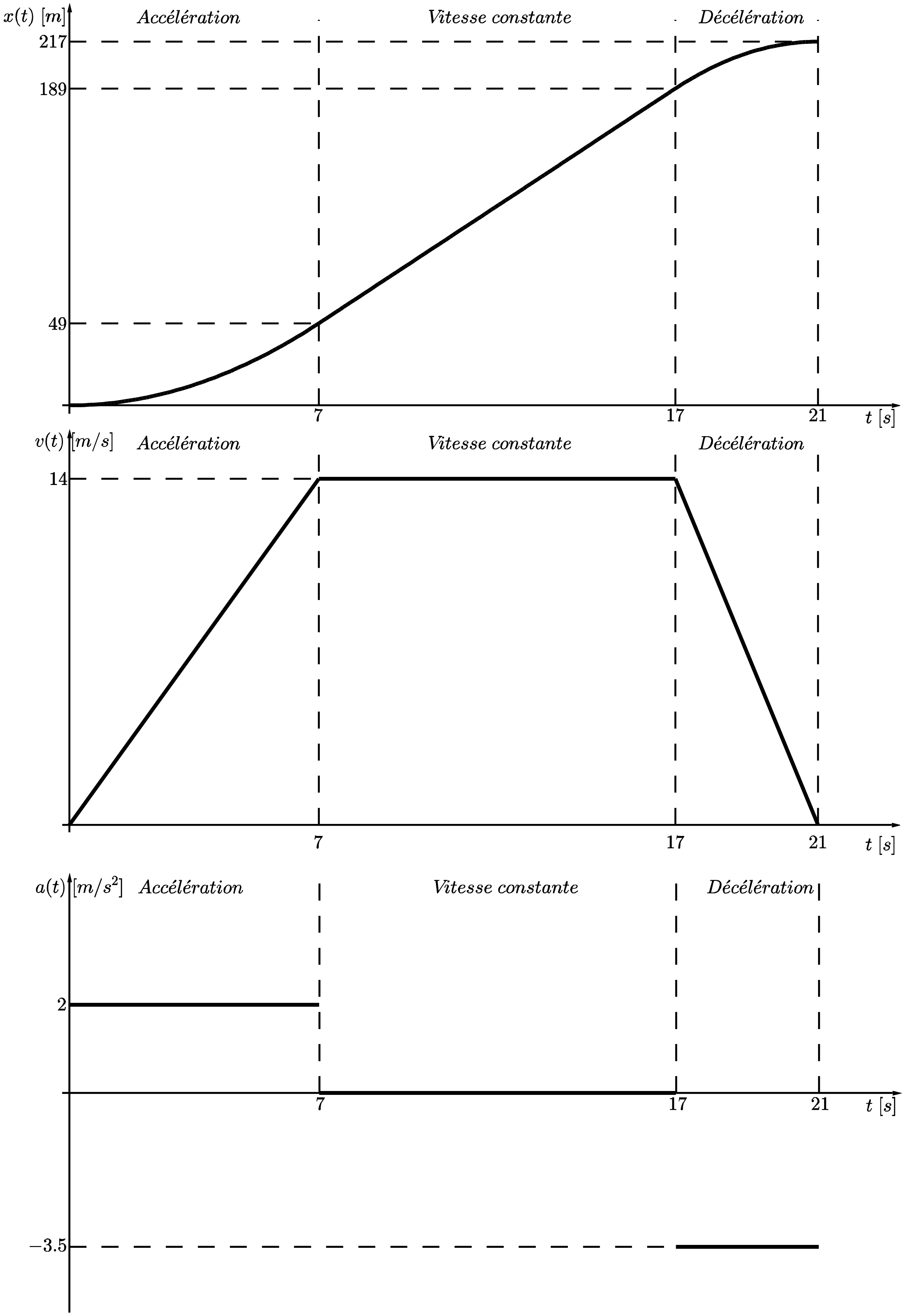
Comme le mouvement ne commence pas au temps $t = 0\ s$, il faut utiliser les formules générales :

$$a(t) = -3{,}5\ m \cdot s^{-2}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= a(t - t_2) + v_2 \\ &= -3{,}5(t - 17) + 14 \\ &= -3{,}5t + 73{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2}a(t - t_2)^2 + v_2(t - t_2) + x_2 \\ &= \frac{1}{2}(-3{,}5)(t - 17)^2 + 14(t - 17) + 189 \\ &= -1{,}75t^2 + 73{,}5t - 554{,}75 \end{aligned}$$

Représentations graphiques sur la page suivante :


x(t) [m]
Accélération
Vitesse constante
Décélération
217
189
49
7
17
21
t [s]
v(t) [m/s]
Accélération
Vitesse constante
Décélération
14
7
17
21
t [s]
a(t) [m/s²]
Accélération
Vitesse constante
Décélération
2
7
17
21
t [s]
−3.5

Exercice 61 Le graphique du mouvement ci-contre représente un :

- ○ MRU, le mobile recule.
- ○ MRUA, le mobile recule.
- ○ MRUA, le mobile accélère dès que t >T.
- ○ MRUA, le mobile change de sens dès que $t > T$
- ○ MRU, le mobile avance.

car :

Si $t < T$, la vitesse est positive, l'objet avance.
Si $t = T$, la vitesse est nulle, l'objet est arrêté.
Si $t > T$, la vitesse est négative, l'objet recule.

Lorsque v(t) est une fonction affine, il s'agit d'un MRUA, avec la pente qui vaut l'accélération.

Esquisse le graphique de la position en fonction du temps : il s'agit d'une parabole dont le maximum est atteint quand $t = T$.

○ variable linéairement avec la distance

Exercice 62 Une souris court le long d'un tube étroit et droit. Si le graphique de sa vitesse en fonction du temps est une droite parallèle à t axe du temps, alors l'accélération est :

- ○ une constante non nulle
- ○ nulle
- ○ variable linéairement avec le temps
- ○ variable linéairement avec la distance

Car la vitesse ne varie pas au cours du temps donc, l'accélération est nulle.

Exercice 63 Un sac de sable, lâché d'une montgolfière, qui se trouve à une altitude h_1, frappe le sol avec une certaine vitesse. La montgolfière monte lentement puis s'arrête à une altitude h_2. Si un deuxième sac identique au premier est lâché de cette dernière position, il frappe alors le sol avec une vitesse double. On a alors :

- ○ $h_2 = h_1/2$
- ○ $h_2 = 2h_1$
- ○ $h_2 = 4h_1$
- ○ $h_2 = 8h_1$
- ○ aucune des réponses ci-dessus

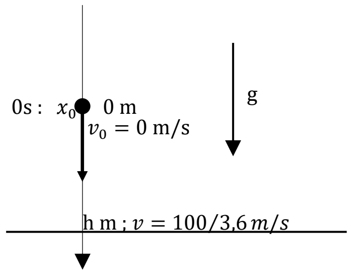
Pour répondre, calculons la vitesse au sol après une chute d'une hauteur h.

Posons : le 0 m et $t = 0\ s$ à la situation initiale de l'objet, la direction de l'axe position vers le bas.

L'accélération est $g = 10ms^{-2}$; elle est positive car elle est de même sens que l'axe de la position.
La vitesse à $t = 0s$: $v_0 = 0\ ms^{-1}$; car l'objet est lâché.
La position à $t = 0s$: $x_0 = 0m$; car l'origine de mon repère est à la position de départ.
Ainsi

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \ et\ v(t) = gt = 10t$$

On veut calculer la vitesse au sol, soit à la position $x = h$,



$\begin{cases} 5t^2 = h \\ v = 10t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{h}{5}} \\ v = 10t = 10\sqrt{\frac{h}{5}} \end{cases}$. La vitesse dépend de la racine carrée de la hauteur de chute. Si je veux doubler la vitesse, il faut quadrupler la hauteur de chute. Pour s'en convaincre, il suffit d'essayer de calculer la vitesse au sol pour quelques valeurs pour h…

Exercice 64 Une voiture, à l'arrêt, commence à accélérer régulièrement sur une route droite et horizontale. Calculer la vitesse après un parcours de 300 m si l'accélération vaut 1,2 m/s^2

MRUA : Origine de l'axe position : position à l'arrêt, sens de l'axe position : sens de la voiture. Origine du temps : quand la voiture est à l'arrêt.

$$\mathrm{v_0 = 0\ m \cdot s^{-1}, a = 1{,}2\ m \cdot s^{-2}, x_1 = 300\ m}$$

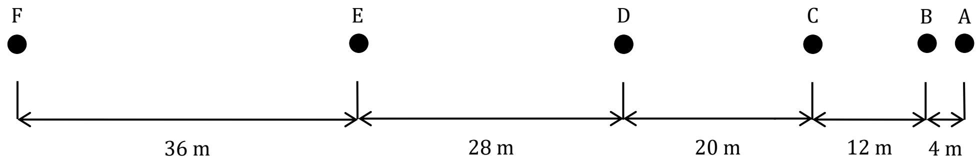
$$\begin{aligned} x(t) &= \tfrac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x(t) &= 0{,}6\,t^2 \\ x_1 &= 0{,}6\,{t_1}^2 \\ 300 &= 0{,}6\,{t_1}^2 \\ 500 &= {t_1}^2 \\ t_1 &= \pm 22{,}36\ s \end{aligned}$$

La solution $-22{,}36\ s$ est à rejeter (avant le début du MRUA)

$$\begin{aligned} v(t) &= at + v_0 \\ v(t) &= 1{,}2t \\ v_1 &= 1{,}2 \cdot t_1 \\ &= 1{,}2 \cdot 22{,}36 \\ &= 26{,}83\ m \cdot s^{-1} \end{aligned}$$

Exercice 65 Le moteur d'une voiture présente une fuite d'huile. Une goutte d'huile s'échappe toutes les deux secondes et tombe à terre. Sur la figure ci-dessous, on a reporté les taches que ces gouttes d'huile ont laissées sur la route pendant le freinage de la voiture. Les deux gouttes extrêmes ont été lâchées respectivement au début du freinage et à l'arrêt. La voiture a commencé son freinage alors que sa vitesse était de 72 km/h.

1. A quelle position (A ou F) le freinage a-t-il commencé ? Justifiez votre choix.
2. Quelle a été la durée du parcours depuis le début jusqu'à l'arrêt ?
3. Que valait l'accélération (supposée constante) de la voiture durant le freinage ?
4. Quelle vitesse la voiture avait-elle encore au point D ?
5. Etablir les graphiques x(t), v(t) et a(t), en choisissant pour origine du temps le moment où le véhicule est arrêté et pour origine de la position le point F.
6. Etablir les fonctions x(t), v(t) et a(t).



1. F, car au début du freinage la vitesse est encore élevée et la distance parcourue en 2 secondes est plus grande qu'à la fin (36m contre 4m)

2. 10 secondes en F → 0s ; en E → 2s ; … ; en A → 10s

3. On pose l'axe de la position dasn le mêmes sens que le déplacement de la voiture. $v_{voiture,i} = 72\,km/h = 20\,m/s$, donc :

   $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{0-20}{10} = -2\,m/s^2$$

4. Pour répondre à cette question, on peut utiliser v(t) de la question 6 et comme D correspond à $t = -6s$, il suffit de calculer $v(-6)$.

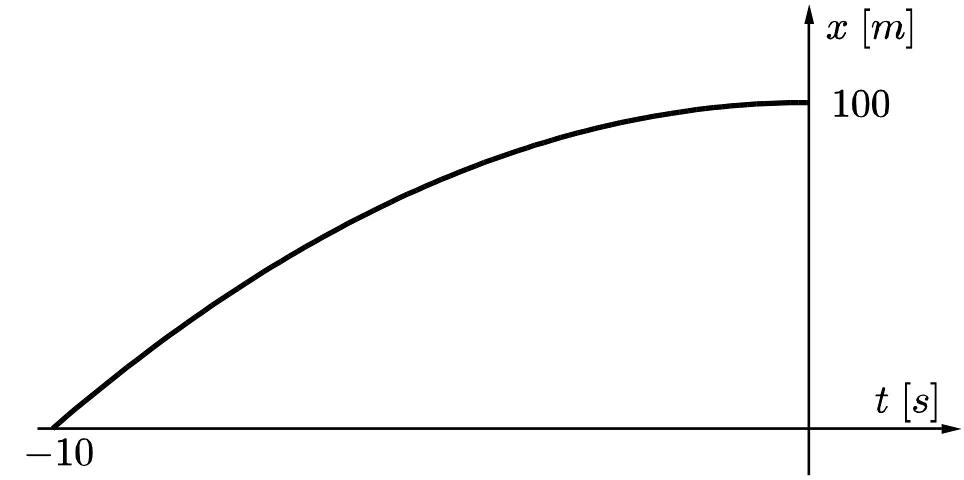
   Sans avoir répondu à la question 6, on peut interpréter l'accélération :

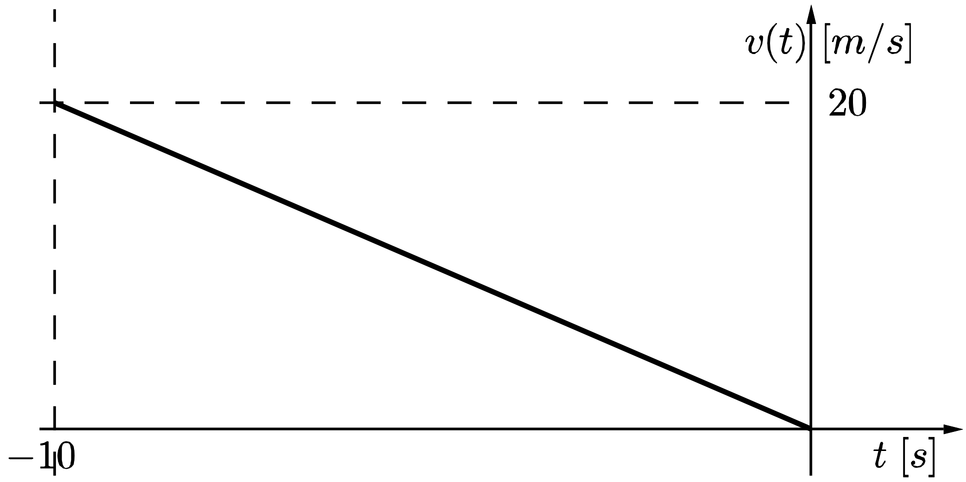
   $a = -2\,m/s^2$ signifie que la voiture perd 2 m/s chaque seconde. Comme D est atteint après $4s$, la voiture aura perdu : $2 \cdot 4 = 8\,m/s$ et sa vitesse sera encore de $20 - 8 = 12\,m/s$.

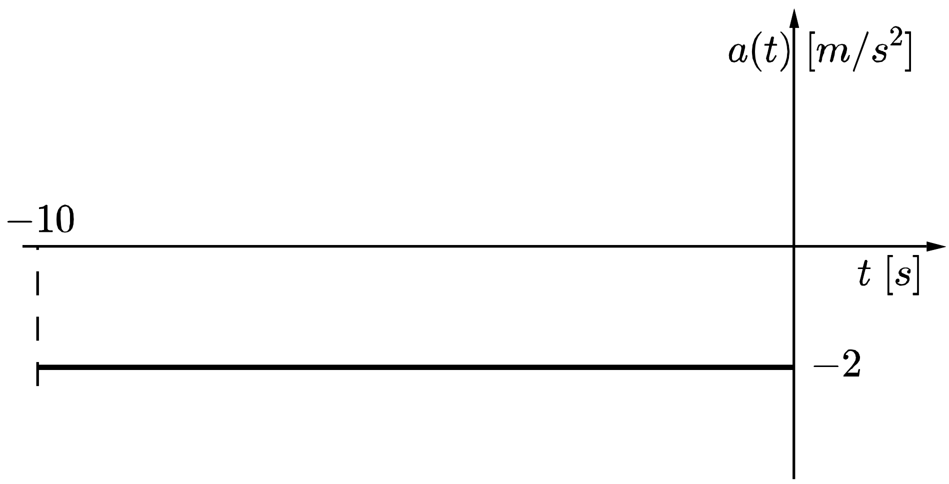
5. Accélération : fonction constante → droite horizontale coupant l'axe y en -2
   Vitesse : fonction affine → droite passante par les points ($-10s$; $20\,m/s$) et ($0s$; $0\,m/s$)
   Position : fonction parabolique → parabole concave (qui boude) avec comme maximum le point en $t = 0s$
   Graphique précis page suivante.

6. $$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = -t^2 + 100 \qquad v(t) = at + v_0 = -2t \qquad a(t) = a = -2$$

   attention :
   v_0 est la vitesse à $t = 0s$, soit à la fin du freinage.
   x_0 est la position à $t = 0s$, soit à la fin du freinage.

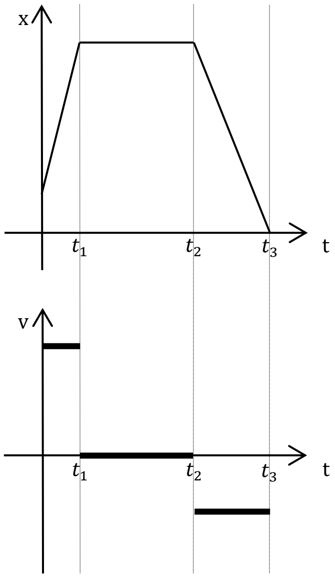

$x\ [m]$
100
$t\ [s]$
-10


$v(t)\ [m/s]$
20
-10
$t\ [s]$


$a(t)\ [m/s^2]$
-10
$t\ [s]$
-2

Exercice 66 A partir des graphiques…

a.



Esquisse le graphique de la vitesse en fonction du temps

Quand le mobile avance-t-il ?

Lorsque x croît, c'est-à-dire dans la 1ère partie.

Quand le mobile recule-t-il ?

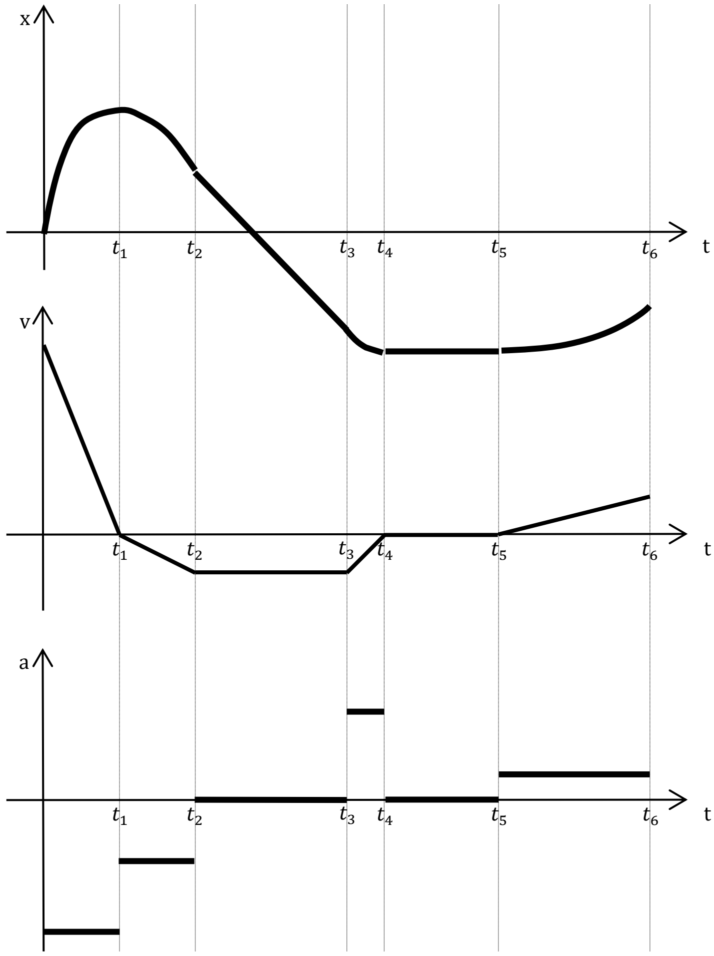
Lorsque x décroît, c'est-à-dire dans la 3e partie.

En valeur absolue, quand la vitesse du mobile est-elle la plus grande ?

La vitesse la plus élevée se trouve dans la 1ère partie car la pente de la fonction x(t) y est la plus raide.

Donc dans le graphe de v(t), la portion horizontale de la 1ère partie est plus éloignée de l'axe des abscisses t que celle de la 3e partie.

b.



Esquisse les graphiques x(t) et a(t)

Remarque : on peut choisir n'importe quel point de l'axe y comme point de départ. pour $x(t)$

Quand le mobile avance-t-il ?

Lorsque x croît, c'est-à-dire dans les 1ère et dernière parties.

Quand le mobile recule-t-il ?

Lorsque x décroît, c'est-à-dire dans les 2e, 3e et 4e parties

En valeur absolue, quand l'accélération du mobile est-elle la plus grande ?

Elle se trouve dans la 1ère partie car la pente de la fonction v(t) y est la plus raide.

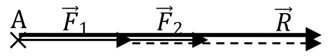
En valeur absolue, quand l'accélération du mobile est-elle la plus petite ?

Elle se trouve dans les 3e et 5e parties car la pente de la fonction v(t) y est nulle, donc pas d'accélération.

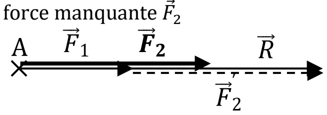
3.2 Force

Exercice 67 On exerce sur le point A des forces. Détermine graphiquement :

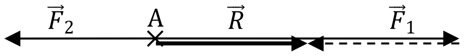
1. la résultante $\vec{R}$



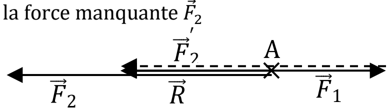
2. la force manquante $\vec{F}_2$



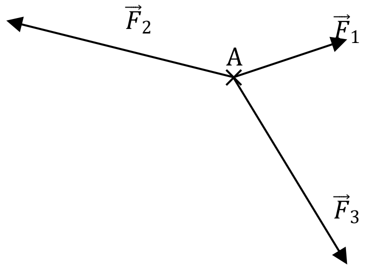
3. la résultante $\vec{R}$



4. la force manquante $\vec{F}_2$

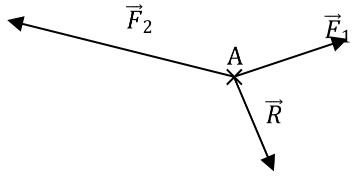


5. la résultante $\vec{R}$



Cf fichier pas à pas

6. la force manquante $\vec{F}_3$



Cf fichier pas à pas

Exercice 68 Détermine les composantes de F_x et F_y dans l'exemple ci-dessus en fonction de F et α, l'angle entre $\vec{F}$ et l'horizontale. (Application numérique : $F = 50\ N$; $\alpha = 30°$)

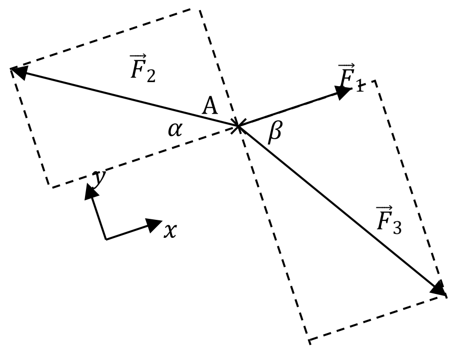
$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{F_x}{F} \\ F_x &= F\cos\alpha \\ &\simeq 50\cos 30 \\ &\simeq 43{,}3\ N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{F_y}{F} \\ F_y &= F\sin\alpha \\ &\simeq 50\sin 30 \\ &\simeq 25\ N \end{aligned}$$

D'où

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 43{,}3\ N \\ 25\ N \end{pmatrix}$$

Exercice 69 Prends les mesures de F_2 et F_3, ainsi que les angles nécessaires, puis calcule les composantes de la résultante des forces appliquées à A dans le système d'axe x, y. L'axe des x est parallèle à $\vec{F}_1$; $F_1 = 100\ N$.



Mesures :
$\alpha = 32°; \beta = 58°$

	F_1	F_2	F_3
Force [N]	100	**194**	**225**
Longueur [cm]	1,6	3,1	3,6

$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \end{pmatrix}$ car entièrement selon l'axe des x

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{F_{2,x}}{F_2} \\ F_{2,x} &= F_2\cos\alpha \\ &\simeq 194\cos 32 \\ &\simeq 164\ N \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{F_{2,y}}{F_2} \\ F_{2,y} &= F_2\sin\alpha \\ &\simeq 194\sin 32 \\ &\simeq 103\ N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos\beta &= \frac{F_{3,x}}{F_3} \\ F_{3,x} &= F_3\cos\beta \\ &\simeq 225\cos 58 \\ &\simeq 119\ N \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \sin\beta &= \frac{F_{3,y}}{F_3} \\ F_{3,y} &= F_3\sin\beta \\ &\simeq 225\sin 58 \\ &\simeq 191\ N \end{aligned}$$

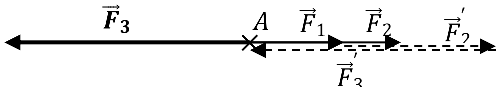
$Finalement$: $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 100\ N \\ 0\ N \end{pmatrix}, \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} -164\ N \\ 103\ N \end{pmatrix}$ et $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 119\ N \\ -191\ N \end{pmatrix}$ Attention, $\vec{F}_{2,x}$ et $\vec{F}_{3,y}$ sont de direction contraire aux axes x et y.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -164 \\ 103 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 119 \\ -191 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55\ N \\ -88\ N \end{pmatrix}$$

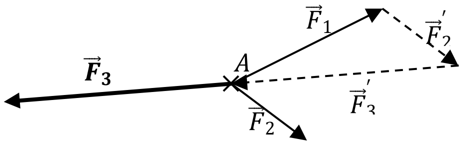
Exercice 70 $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont appliquées à A. Ajoute une force $\vec{F}_3$ de sorte que le système soit à l'équilibre.

Pour que le système soit à l'équilibre, il faut que $\vec{R} = 0$, soit que lorsque j'additionne toutes les forces, je « revienne » au point de départ.

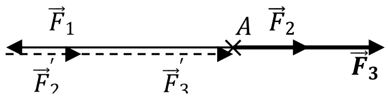
1.



2.



3.



Exercice 71 Le ressort d'un tampon de wagon de chemin de fer se comprime de 8 cm lorsqu'il subit une poussée de 16 kN d'intensité. Quelle est la raideur de ce ressort ?

$$\begin{aligned} F_{ressort} &= k \cdot d & | \div d \\ k &= \frac{F_{ressort}}{d} \\ &= \frac{16000}{0{,}08} \\ &= 200000\ N/m \end{aligned}$$

Exercice 72 Un ressort s'allonge de 200 mm lorsqu'on lui applique une traction de 10 N.
1. Quelle est l'intensité d'une traction qui provoque un allongement de 96 mm ?
2. Quel est l'allongement de ce ressort si on lui applique une traction de 7,5 N ?

Allongement [mm]	200	96	**150**
Force [N]	10	**4,8**	7,5

Intensité de la traction sera de 4,8 N

L'allongement est de 150 mm

Exercice 73 Une balance à plateau est en équilibre à Monthey. Le sera-t-elle encore sur la lune ?

Elle sera encore équilibre car les forces de pesanteur agissant sur chaque plateau sont égales. Admettons que le poids sur la Terre est de 60N sur chaque plateau, ce poids diminuera d'environ 6 fois sur la Lune et deviendra environ de 10N sur chaque plateau : il y aura toujours équilibre.

Exercice 74 Un pèse-personne est souvent composé d'un ressort sur lequel est posé un plateau. Lorsqu'une personne se pèse, elle monte sur le plateau et le ressort se comprime. En mesurant cette déformation, on peut afficher le résultat en kg. Sera-t-il le même sur la Lune ?

La déformation du ressort est due à la force de pesanteur de la personne. Cette force est environ 6 fois plus faible sur la Lune, la déformation du ressort va donc diminuer.

Exercice 75 Une personne de 70kg monte sur le plateau d'un pèse-personne à ressort qui s'enfonce de 5mm. Quelle est la raideur du ressort utilisé ?

La déformation du ressort est due à la force de pesanteur de la personne :

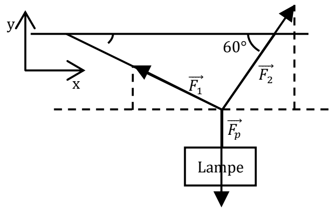
$$\begin{aligned} F_{pesanteur} &= F_{ressort} \\ m \cdot g &= k \cdot d & | \div d \\ k &= \frac{mg}{d} \\ &= \frac{70 \cdot 10}{0{,}005} \\ &= 140000\ N/m \end{aligned}$$

Exercice 76 On suspend une lampe de 3kg à l'aide de trois fils selon le schéma ci-contre.

1. Construis à l'échelle la situation et dessine les forces s'exerçant le point d'attache des trois fils. ($1N = 1mm$)

Cf. Diaporama

2. Détermine algébriquement les forces construites au point 1.



$$\begin{aligned} \cos 35 &= \frac{F_{1,x}}{F_1} \\ F_{1,x} &= F_1 \cos 35 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \sin 35 &= \frac{F_{1,y}}{F_1} \\ F_{1,y} &= F_1 \sin 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 60 &= \frac{F_{2,x}}{F_2} \\ F_{2,x} &= F_2 \cos 60 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \sin 60 &= \frac{F_{2,y}}{F_2} \\ F_{2,y} &= F_2 \sin 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ce qui tire à gauche} &= \text{Ce qui tire à droite} \\ F_{1,x} &= F_{2,x} \\ F_1 \cos 35 &= F_2 \cos 60 && ① \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ce qui tire en haut} &= \text{Ce qui tire en bas} \\ F_{1,y} + F_{2,y} &= F_p \\ F_1 \sin 35 + F_2 \sin 60 &= m \cdot g \\ F_1 \sin 35 + F_2 \sin 60 &= 30 && ② \end{aligned}$$

Les équations ① et ② forment un système d'équations 2x2

Equation ① :

$$\begin{aligned} F_1 \cos 35 &= F_2 \cos 60 && | \div \cos 35 \\ F_1 &= \frac{F_2 \cos 60}{\cos 35} && ③ \end{aligned}$$

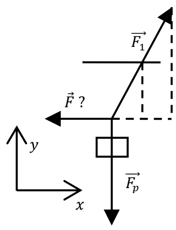
Substitution : ③ → ②

$$\begin{aligned} F_1 \sin 35 + F_2 \sin 60 &= 30 && |Substitution \\ \frac{F_2 \cos 60}{\cos 35} \sin 35 + F_2 \sin 60 &= 30 && |F_2\ en\ évidence \\ F_2 \left(\frac{\cos 60}{\cos 35} \sin 35 + \sin 60 \right) &= 30 && | \div \ldots \\ F_2 &= \frac{30}{\frac{\cos 60}{\cos 35} \sin 35 + \sin 60} \\ &\simeq 24{,}7\ N \end{aligned}$$

Calcul de F_1 :

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{F_2 \cos 60}{\cos 35} && ③ \\ &\simeq 15{,}1\ N \end{aligned}$$

Exercice 77 Un bloc de 20kg est suspendu par un fil. Avec quelle intensité faut-il tirer horizontalement pour faire dévier le bloc de 30° par rapport à la verticale.



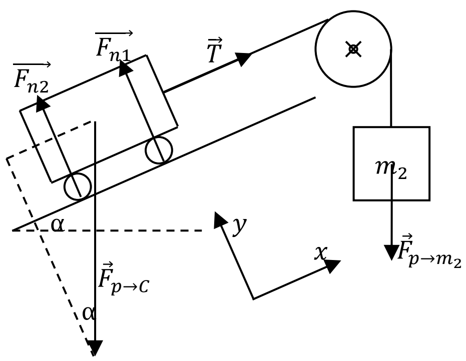
$$\begin{aligned} \cos 30 &= \frac{F_{1,y}}{F_1} \\ F_{1,y} &= F_1 \cos 30 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \sin 30 &= \frac{F_{1,x}}{F_1} \\ F_{1,x} &= F_1 \sin 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ce qui tire en haut} &= \text{Ce qui tire en bas} \\ F_{1,y} &= F_p \\ F_1 \cos 30 &= m \cdot g \\ F_1 \cos 30 &= 20 \cdot 10 && | \div \cos 30 \\ F_1 &= \frac{200}{\cos 30} && ① \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ce qui tire à gauche} &= \text{Ce qui tire à droite} \\ F &= F_{1,x} \\ F &= F_1 \sin 30 && ① \\ &= \frac{200}{\cos 30} \sin 30 \\ &\simeq 115{,}5\ N \end{aligned}$$

Exercice 78

1. Calculer la masse du chariot de pour maintenir l'équilibre si $m_2 = 2kg$ et $\alpha = 30°$.
2. Calculer m_2 pour maintenir l'équilibre si $\alpha = 20°$ et $m_{chariot} = 5kg$
3. Calculer α pour maintenir l'équilibre si $m_{chariot} = 2m_2$



Remarque : on remplace souvent $\vec{F}_{n1}$ et $\vec{F}_{n2}$ par une seule force $\vec{F_n}$, qui passe par le centre de gravité et qui est perpendiculaire au plan incliné.

Raisonnement valable pour les trois points

1ère observation : la force $\vec{T}$ et $\vec{F}_{p\to m_2}$ sont égales en intensité car $\vec{F}_{p\to m_2}$ « se propage » à travers le fil, donc $T = m_2 \cdot g$

Je pose $F_n = F_{n1} + F_{n2}$

Les forces agissant sur le chariot :

Selon l'axe des x :

$$\begin{aligned} Ox \uparrow &= Ox \downarrow \\ T &= F_{p\to C} \cdot \sin\alpha \\ m_2 \cdot g &= m_c \cdot g \cdot \sin\alpha && | \div g \\ m_2 &= m_c \cdot \sin\alpha && ① \end{aligned}$$

Selon l'axe des y :

$$\begin{aligned} Oy \uparrow &= Oy \downarrow \\ F_n &= F_{p\to C} \cdot \cos\alpha && ② \end{aligned}$$

L'équation ① permet de répondre aux trois questions :

1. ① $$\begin{aligned} m_2 &= m_c \cdot \sin\alpha & &| \div \sin\alpha \\ m_c &= \frac{m_2}{\sin\alpha} \\ &= \frac{2}{\sin 30°} \\ &= 4\ kg \end{aligned}$$

2. ① $$\begin{aligned} m_2 &= m_c \cdot \sin\alpha \\ m_2 &= 5 \cdot \sin 20° \\ &\simeq 1{,}71\ kg \end{aligned}$$

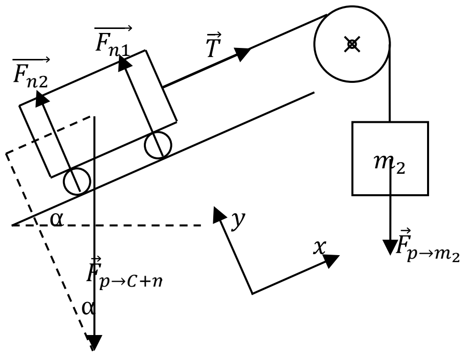
3. ① $$\begin{aligned} m_2 &= m_c \cdot \sin\alpha & &| m_c = 2m_2 \\ m_2 &= 2m_2 \cdot \sin\alpha & &| \div (2m_2) \\ \sin\alpha &= \frac{1}{2} \\ \alpha &= \arcsin\frac{1}{2} \\ &= 30° \end{aligned}$$

Exercice 79 On veut fabriquer une balance. L'objet dont on veut mesurer la masse m est déposé dans un chariot de masse m_1 qui peut rouler sur un plan à inclinaison variable. Le chariot est relié par un fil, via une poulie, à un contrepoids de masse m_2.
On fait varier l'angle d'inclinaison α jusqu'à créer l'équilibre. Selon l'angle, on détermine la masse de l'objet.
Trouve la relation $m = f(\alpha)$

On a : $F_{p\to C+m} = (m_1 + m) \cdot g\ et\ T = m_2 \cdot g, m$ étant l'inconnue.

Les forces agissant sur le chariot selon l'axe des x :

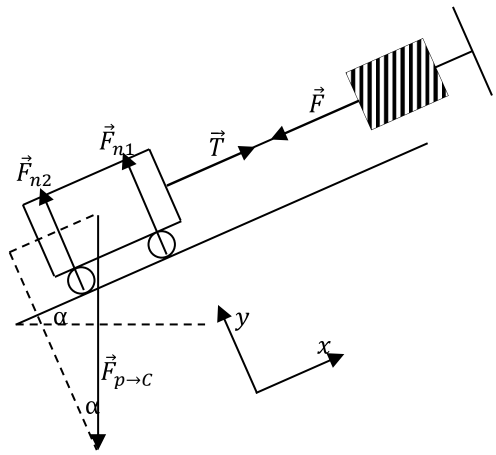
$$\begin{aligned} Sens\ de\ Ox &= Sens\ contraire\ de\ Ox \\ T &= F_{p\to C+m} \cdot \sin\alpha \\ m_2 \cdot g &= (m_1 + m) \cdot g \cdot \sin\alpha & &| \div g \\ m_2 &= (m_1 + m) \cdot \sin\alpha & &| \div \sin\alpha \\ m_1 + m &= \frac{m_2}{\sin\alpha} & &| - m_1 \\ m &= \frac{m_2}{\sin\alpha} - m_1 \end{aligned}$$



Exercice 80 Un chariot de masse m_1 peut glisser sans frottement le long d'un plan incliné à α°. Il est retenu par un ressort de raideur k. Détermine la déformation d que subit le ressort. (Application numérique : $m_1 = 4\ kg$; $\alpha = 30°$; $k = 400\ Nm^{-1}$)

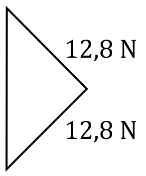
La force qui déforme le ressort est la même que celle qui tire le chariot le long du plan incliné, c'est-à dire : $F_{p\to C,x}$

$$\begin{aligned} F_{p\to C,x} &= F \\ m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha &= k \cdot d & &| \div k \\ d &= \frac{m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha}{k} \\ &= \frac{4 \cdot 10 \cdot \sin 30°}{400} \\ &= 0{,}05\ m \\ &= 5\ cm \end{aligned}$$



Exercice 81 Détermine m_{bille}, sachant que $F_n = 12{,}8N$:
1. graphiquement
2. algébriquement

Résolution algébrique :
Version 1
Le triangle formé par $\vec{F_n}$, $\vec{F'}_{n2}$ et la résultante est un triangle rectangle isocèle avec



$F_p = \sqrt{12{,}8^2 + 12{,}8^2} \cong 18{,}1N$ (Théorème de Pythagore)

$F_p = m \cdot g = 18{,}1 \Leftrightarrow m = \dfrac{18{,}1}{g} = 1{,}81kg$

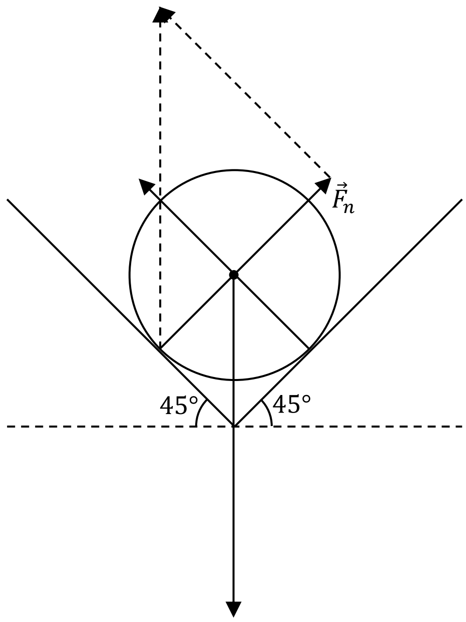
Version 2

On définit le système d'axe Ox, Oy

Sur Oy :

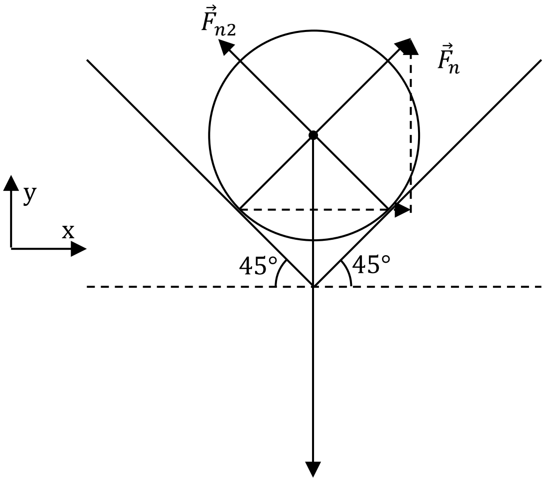
$$\begin{aligned}
\text{Ce qui tire en bas} &= \text{Ce qui tire en haut} \\
F_p &= F_{ny} + F_{n2y} \\
m \cdot g &= F_n \sin(45) + F_{n2} \sin(45) \\
m &= \frac{F_n \sin(45) + F_{n2} \sin(45)}{g} \\
&= \frac{12{,}8 \cdot \sin(45) + 12{,}8 \cdot \sin(45)}{10} \\
&\simeq 1{,}81\ kg
\end{aligned}$$

Résolution graphique :



On mesure la longueur de $\vec{F_p}$ et on convertit en N à l'aide de l'échelle. Puis pour trouver la masse, il faut encore diviser par g.

Schéma de la résolution algébrique version 2



Exercice 82 Quelle est l'unité du coefficient de frottement statique ?

$F_{fr} = \mu_0 \cdot F_n$, il ne peut donc pas y avoir d'unité, car sinon de chaque côté de l'égalité il n'y aurait pas les mêmes unités !

Exercice 83 Un objet de 3 kg est posé sur une surface horizontale. Les coefficients de frottement valent : 0,7 (statique) et 0,5 (dynamique). Détermine dans chaque cas la force de frottement :
1. On appuie horizontalement sur l'objet avec une force de 19N.
2. On appuie horizontalement sur l'objet avec une force de 21N.
3. On appuie horizontalement sur l'objet avec une force de 23N.

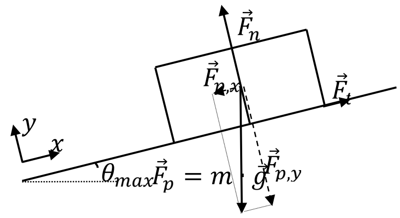
Calculons le cas limite de la statique : $F_{fr\rightarrow max} = \mu_0 \cdot F_n$ or $F_n = m \cdot g$ car le sol est horizontal, donc
$F_{fr\rightarrow max} = \mu_0 \cdot m \cdot g = 0{,}7 \cdot 3 \cdot 10 = 21\ N$

1. Cas statique car $F_{appliquée} < F_{fr\to max}$: l'objet ne bouge pas. La force de frottement compense exactement la force appliquée, donc $F_{fr} = 19\ N$
2. Cas statique (limite) car $F_{appliquée} = F_{fr\to max}$: l'objet ne bouge pas. La force de frottement compense exactement la force appliquée, donc $F_{fr} = 21\ N$
3. Cas dynamique car $F_{appliquée} > F_{fr\to max}$
L'objet bouge et
$F_{fr} = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}5 \cdot 3 \cdot 10 = 15\ N$

Exercice 84
1. **Surface horizontale :** on tire le corps à l'aide d'un dynamomètre et on lit la force F au moment où le corps se met en mouvement.
2. **Plan incliné :** on incline le plan et on relève l'angle maximal θ_{max} au moment où le corps se met en mouvement.
Détermine pour chaque situation μ_s en fonction des paramètres m, F, θ_{max}. (Indication pour n°2 : $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$)

1.
$$\begin{aligned} Ce\ qui\ tire\ à\ droite &= Ce\ qui\ "tire"\ à\ gauche \\ F &= F_t \\ F &= \mu_s \cdot F_n && |F_n = m \cdot g \\ F &= \mu_s \cdot m \cdot g && | \div F_n \\ \mu_s &= \frac{F}{m \cdot g} \end{aligned}$$

2.



$$\begin{aligned} Oy \uparrow &= Oy \downarrow \\ F_n &= F_{p,y} \\ &= mg\cos\theta_{max} \quad ① \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ox \rightarrow &= Ox \leftarrow \\ F_t &= F_{p,x} \\ \mu_s \cdot F_n &= mg\sin\theta_{max} \\ \mu_s &= \frac{mg\sin\theta_{max}}{F_n} \\ &= \frac{mg\sin\theta_{max}}{mg\cos\theta_{max}} \quad ① \\ &= \tan\theta_{max} \end{aligned}$$

Exercice 85
1. Le fer flotte-t-il sur du mercure ?
2. Pourquoi un œuf coule dans de l'eau, mais flotte lorsqu'on rajoute suffisamment de sel ?
3. Pourquoi un bateau, fait d'acier, flotte-t-il tout de même dans l'eau ?

1. Le fer flotte sur le mercure car :
$$\rho_{fer} < \rho_{mercure}$$
2. L'œuf coule dans l'eau car :
$$\rho_{eau} < \rho_{oeuf}$$
Il flotte lorsqu'on ajoute suffisamment de sel car à un moment donné, on a
$$\rho_{eau\ salée} > \rho_{oeuf}$$
3. Il faut considérer la masse volumique de la partie immergée du bateau. Or le bateau est composé de sa coque en acier, mais ses cales sont essentiellement de l'air. Finalement on a :
$$\rho_{eau} > \rho_{bateau}$$

Exercice 86 Un corps est immergé dans un fluide. Démontrer que :
1. si $\rho_{corps} > \rho_{fluide}$, alors le corps coule ;
2. si $\rho_{corps} < \rho_{fluide}$, alors le corps flotte.

1. Le corps coulera si $F_{pesanteur} > F_{archimède}$

$$\begin{aligned} \rho_{corps} &> \rho_{fluide} && | \cdot g\ \cdot V_{corps} \\ \underbrace{\rho_{corps}V_{corps}}_{m_{corps}} \cdot g &> \underbrace{\rho_{fluide}V_{corps} \cdot g}_{F_{archimède}} && |Définition \\ m_{corps} \cdot g &> F_{archimède} && |Définition \\ F_{pesanteur} &> F_{archimède} \end{aligned}$$

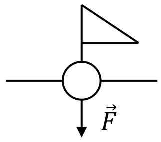
Donc le corps coule

2. Le corps flottera si $F_{pesanteur} < F_{archimède}$

$$\begin{aligned} \rho_{corps} &< \rho_{fluide} && | \cdot g\ \cdot V_{corps} \\ \underbrace{\rho_{corps}V_{corps}}_{m_{corps}} \cdot g &< \underbrace{\rho_{fluide}V_{corps} \cdot g}_{F_{archimède}} && |Définition \\ m_{corps} \cdot g &< F_{archimède} && |Définition \\ F_{pesanteur} &< F_{archimède} \end{aligned}$$

Donc le corps flotte

Exercice 87 Une bouée est constituée d'une sphère en sagex de 50 cm de diamètre sur laquelle est fixé un fanion. Avec quelle force $\vec{F}$ faut-il tirer verticalement sous la bouée pour que la moitié exactement de la bouée dépasse de la surface de l'eau ? (Le fanion a une masse de 1 kg)



$$\begin{aligned}
\textit{Ce qui tire vers le bas} &= \textit{Ce qui tire vers le haut}\\
F_{pesanteur\to Boule} + F_{pesanteur\to Fanion} + F &= F_{archimède}\\
F &= F_{archimède} - F_{pesanteur\to Boule} - F_{pesanteur\to Fanion}\\
&= \rho_{eau}\cdot g\cdot V_{\frac{1}{2}sphère} - m_{boule}\cdot g - m_{fanion}\cdot g\\
&= \rho_{eau}\cdot g\cdot\frac{2\pi r^3}{3} - \rho_{sagex}\cdot V_{boule}\cdot g - m_{fanion}\cdot g\\
&= \rho_{eau}\cdot g\cdot\frac{2\pi r^3}{3} - \rho_{sagex}\cdot\frac{4\pi r^3}{3}\cdot g - m_{fanion}\cdot g\\
&= 1000\cdot 10\cdot\frac{2\pi 0{,}25^3}{3} - 20\cdot\frac{4\pi 0{,}25^3}{3}\cdot 10 - 1\cdot 10\\
&\simeq 304\ N
\end{aligned}$$

Exercice 88 L'intensité de la force de pesanteur d'une boule métallique vaut 3,50 N. Quand on plonge cette boule dans de la glycérine, sa pesanteur apparente n'est plus que de 3,16 N.
Quelle est la masse volumique du métal ?

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\rho_{métal}} &= \frac{m_{métal}}{V_{boule}} \quad ① \ et\ ②\\
&= \frac{0{,}35}{2{,}69841\cdot 10^{-5}}\\
&\simeq 12'970\,kg/m^3
\end{aligned}$$

Or

$$\begin{aligned}
F_p &= \boldsymbol{m_{métal}}\cdot g \quad |\div g\\
m_{métal} &= \frac{F_p}{g}\\
&= \frac{3{,}5}{10}\\
&= 0{,}35\ kg \quad ①
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
F_A &= F_p - F_{p\to apparent}\\
\rho_{glycérine}\cdot g\cdot \boldsymbol{V_{boule}} &= F_p - F_{p\to apparent}\\
V_{boule} &= \frac{F_p - F_{p\to apparent}}{\rho_{glycérine}\cdot g}\\
&= \frac{3{,}5-3{,}16}{1260\cdot 10}\\
&= 2{,}69841\cdot 10^{-5} m^3 \quad ②
\end{aligned}$$

Exercice 89 Un morceau de bois flotte sur de l'alcool. Un quart du volume du morceau de bois dépasse de la surface. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. La masse volumique du bois est plus grande que celle de l'alcool.
2. La force d'Archimède est égale à la pesanteur du morceau de bois.
3. La masse volumique du bois vaut le quart de celle de l'alcool.
4. Si on appuie sur le morceau de bois, la force d'Archimède va rester constante.

1. Faux, car le bois flotte sur l'alcool

2. Vrai, car à l'équilibre, on a :

$$\begin{aligned}
Oy\uparrow &= Oy\downarrow\\
F_a &= F_p
\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}
Oy\uparrow &= Oy\downarrow\\
F_a &= F_p\\
\rho_{alcool}\cdot g\cdot V_i &= m_{bois}\,g && |m_{bois} = \rho_{bois}\cdot V_{bois}\\
\rho_{alcool}\cdot g\cdot V_i &= \rho_{bois}\cdot V_{bois}\cdot g && |V_i = \frac{3}{4}V_{bois}\ et \div g\\
\rho_{alcool}\cdot\frac{3}{4}V_{bois} &= \rho_{bois}\cdot V_{bois} && |\div V_{bois}\\
\frac{3}{4}\rho_{alcool} &= \rho_{bois}
\end{aligned}$$

Faux la masse volumique du bois vaut les ¾ de celle de l'alcool
Par conséquent, le bois s'enfoncera davantage

4. Faux, car en appuyant avec le doigt, on augmente le volume immergé, donc la force d'Archimède augmente.

Exercice 90 Une boule d'acier plongée dans de la glycérine est suspendue à un dynamomètre qui indique 15 N. Le rayon de la boule est de 4cm. La boule est-elle creuse ?

$$\begin{aligned}
F_a &= \rho_{glycérine}\cdot g\cdot V_i\\
&= 1260\cdot 10\cdot\frac{4\pi\cdot 0{,}04^3}{3}\\
&\simeq 3{,}38\ N
\end{aligned}$$

Si la boule était pleine, le poids serait

$$\begin{aligned}
F_p &= \rho_{acier}\cdot g\cdot V_b\\
&= 7850\cdot 10\cdot\frac{4\pi\cdot 0{,}04^3}{3}\\
&\simeq 21\ N
\end{aligned}$$

Si la boule était pleine, le poids apparent serait

$$\begin{aligned}
F_{p\to apparent} &= F_p - F_a\\
&= 21 - 3{,}38\\
&= 17{,}62\ N
\end{aligned}$$

Or le poids apparent est de 15 N, inférieur à 17,62 N, ce qui signifie que l'intérieur de la bille est creux (ou d'une matière dont la masse volumique est inférieur à celle de l'acier)

Exercice 91 Une boule d'acier de rayon r_1 est creuse : il y a une sphère d'air à l'intérieur de rayon r_2.

1. Calcule le rapport des rayons r_1 et r_2 pour que la boule flotte tout juste dans de l'eau. (indication : quelle est la condition pour qu'un objet flotte tout juste dans de l'eau ?)
2. Est-ce que la boule flotte dans de l'huile ? dans de la glycérine ?

1. Si la boule flotte tout juste dans l'eau, on a

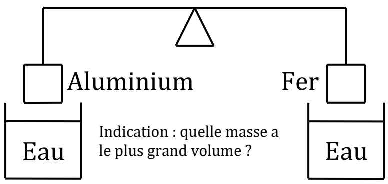
$$\begin{aligned}
\rho_{boule} &= \rho_{eau} \\
\frac{m_{boule}}{V_{boule}} &= \rho_{eau} \quad |m_{boule} = \rho_{acier} \cdot V_{acier} \\
\frac{\rho_{acier} \cdot V_{acier}}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} &= \rho_{eau} \quad | \div \rho_{acier} \\
\frac{\left(\frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3\right)}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} &= \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}} \\
\frac{\frac{4}{3}\pi (r_1^3 - r_2^3)}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} &= \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}} \\
\frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^3} &= \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}} \\
\frac{r_1^3}{r_1^3} - \frac{r_2^3}{r_1^3} &= \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}} \quad | + \frac{r_2^3}{r_1^3} - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}} \\
1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}} &= \frac{r_2^3}{r_1^3} \quad |\sqrt[3]{} \\
\sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{acier}}} &= \frac{r_2}{r_1}
\end{aligned}$$

2. Si $\rho_{boule} = \rho_{eau}$ alors elle coule dans l'huile car $\rho_{eau} > \rho_{huile}$

Si $\rho_{boule} = \rho_{eau}$ alors elle flotte dans la glycérine car $\rho_{eau} < \rho_{glycérine}$

Exercice 92 Que se passe-t-il lorsqu'on immerge les poids de la balance ?

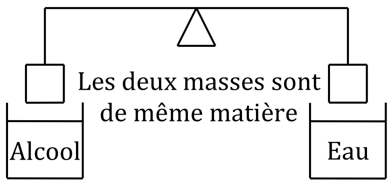
1.



La balance : a. reste à l'équilibre
b. descend du côté de l'alu
$\boxed{\text{c. descend du côté du fer}}$

Les masses sont identiques car la balance est à l'équilibre. Or $\rho_{alu} < \rho_{fer} \Leftrightarrow V_{alu} > V_{fer} \Leftrightarrow F_{a\to alu} > F_{a\to fer}$

2.



La balance : a. reste à l'équilibre
$\boxed{\text{b. descend du côté de l'alcool}}$
c. descend du côté de l'eau

Les masses sont identiques, de même matière, donc de même volume

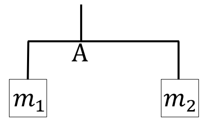
$$\begin{aligned}
\rho_{alc} &< \rho_{eau} \\
\rho_{alc} \cdot g \cdot V_{im} &< \rho_{eau} \cdot g \cdot V_{im} \quad | \cdot g \cdot V_{im} \\
F_{a1} &< F_{a2}
\end{aligned}$$

Exercice 93 Un glaçon flotte à la surface de l'eau contenue dans un verre complètement plein. Le glaçon fond. L'eau déborde-t-elle ?

Cf fichier Pas à pas

3.3 Moment de force

Exercice 94 On veut réaliser un mobile avec une baguette de 20cm et dont la masse est de 20g. On accroche une décoration à chaque extrémité ; les décorations ont des masses respectivement de 40g et 60g. Où doit-on accrocher (point A) le fil de suspension pour que la baguette du mobile reste horizontale à l'équilibre ?



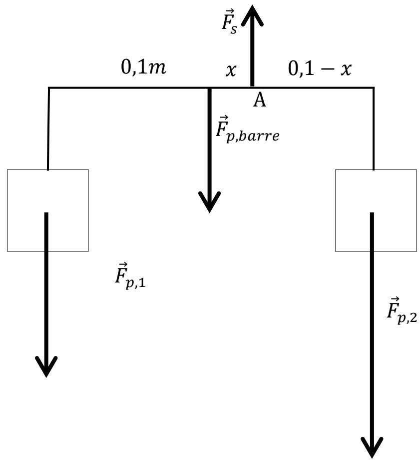
Il y a quatre forces en jeu : $\vec{F}_{p,1}$, $\vec{F}_{p,2}$, $\vec{F}_{p,barre}$ et $\vec{F}_s$. Selon le schéma $\vec{F}_{p,1}$ fait tourner dans le sens inverse des aiguilles de la montre et $\vec{F}_{p,2}$ dans le sens des aiguilles de la montre. $\vec{F}_s$ ne contribue pas à la rotation, car elle est appliquée sur le point d rotation A.
Pour $\vec{F}_{p,barre}$, on peut se dire que le point A doit être plus proche la masse m_2 que de m_1, car $m_2 > m_1$. Or la force de pesanteur de la barre s'applique au milieu de la barre, donc à gauche du point A. On en déduit que $\vec{F}_{p,barre}$ contribue à faire tourner la baguette dans le sens inverse des aiguilles de la montre.

Posons x la distance entre le point d'application de $\vec{F}_{p,barre}$ et A.
Comme $\vec{F}_{p,barre}$ est appliqué au milieu de la barre, on en déduit que :

$$d_{F_{p,1}} = 0{,}1 + x$$
$$d_{F_{p,2}} = 0{,}1 - x$$

$$\begin{aligned}
\overset{\frown}{M} &= \overset{\frown}{M} \\
F_{p,2} \cdot d_{F_{p,2}} &= F_{p,1} \cdot d_{F_{p,1}} + F_{p,barre} \cdot d_{F_{p,barre}} \\
0{,}6 \cdot (0{,}1 - x) &= 0{,}4 \cdot (0{,}1 + x) + 0{,}2 \cdot x \\
0{,}06 - 0{,}6x &= 0{,}04 + 0{,}6x \\
0{,}02 &= 1{,}2x \\
x &\simeq 0{,}017m
\end{aligned}$$

Le point A doit donc être placé à environ 1,7 cm du milieu de la baguette, en direction de la masse m_2



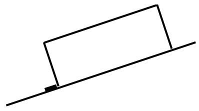
Exercice 95 On découpe un carton en forme de triangle pour en faire un mobile. Où accrocher le fil pour que le triangle reste horizontal à l'équilibre ? Justifie.

Si on accroche le fil au mauvais endroit, le carton ne sera pas à l'équilibre lorsqu'on le placera horizontalement et il va basculer autour du point d'attache. Cela signifie que les moments de force ne se sont pas annulés.
Pour bien choisir le point d'accroche, il faut faire en sorte que les moments de force s'annulent. Pour ce faire, il faut connaître les forces qui agissent sur carton. Il y en a deux :
La force de pesanteur qui s'applique sur le centre de gravité
La force de soutien du fil qui s'applique au point qu'on cherche. Ce point est également le point de rotation. Donc le moment de ce cette force de soutien est nul.
On en conclut qu'il ne peut y avoir qu'un seul moment de force, celui qui vient de la force de pesanteur. Si on veut l'équilibre, il faut que ce moment soit nul, donc :

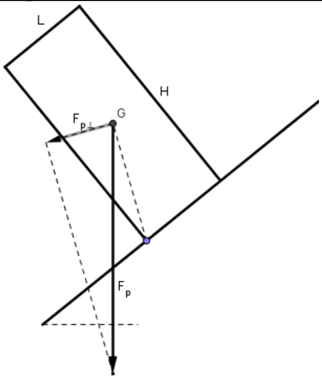
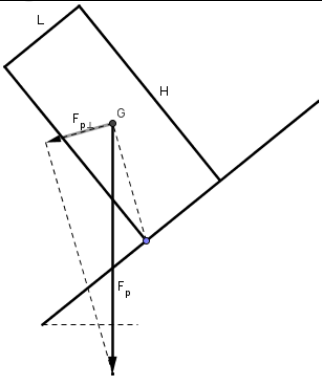
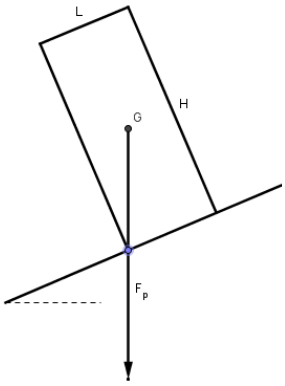
$$\begin{aligned}
M_{F_p} &= 0 \\
F_p \cdot d &= 0 \\
d &= 0
\end{aligned}$$

Il faut donc que la distance d entre le point d'application de F_p et de l'axe de rotation soit nulle. Donc, il faut placer le point d'accroche sur le centre de gravité du triangle.
On trouve ce centre de gravité à l'intersection de médiane.

Exercice 96 On pose un parallélépipède rectangle de 10x20x30cm sur un plan inclinable, contre un petit arrêt qui l'empêche de glisser. Ensuite, on incline le plan jusqu'à la limite de basculement du bloc.
Quel est l'angle maximal entre le plan et l'horizontale ? Dépend-il du choix de la face posée sur le plan ?



En considérant le schéma ci-dessus, lorsque le bloc est à l'équilibre, il a tendance à tourner dans le sens des aiguilles de la montre et lorsqu'il n'est plus en équilibre, dans le sens contraire.
Considérons le cas limite : à ce moment le bloc bascule tout juste ou tout juste pas, donc il n'appuie plus sur le plan incliné et la force de réaction du plan disparaît. Seules subsistent deux forces qui vont créer la rotation.
Sa force de pesanteur, appliquée au centre de gravité, donc à l'intersection de diagonale.
La force de réaction de l'arrêt.
Or la force de réaction de l'arrêt s'applique précisément sur le point de rotation, son moment de force est donc nul et cette force ne contribue pas à la rotation. On en conclut que la seule force responsable de la rotation est celle de pesanteur. Comment la force de pesanteur peut-elle faire tourner le bloc dans le sens contraire des aiguilles de la montre ? Comment l'angle influence-t-il le sens de rotation ? Illustrons avec les trois schémas ci-dessous :

 Dans cette situation, on voit que $F_{p\perp}$ contribue à faire tourner dans le sens des aiguilles de la montre.	 Dans cette situation, on voit que $F_{p\perp}$ contribue à faire tourner dans le sens inverse des aiguilles de la montre.	 Dans cette situation, F_p ne fait pas tourner car il passe par le point de rotation. C'est le cas limite cherché

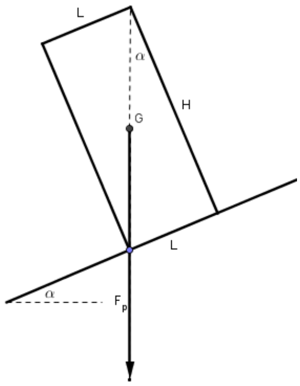
L'angle limite est obtenu si la force de pesanteur passe par le point de rotation. On trouver cet angle par une construction à l'échelle (très facile avec la bonne idée… mais il faut l'avoir) ou par trigonométrie :

On retrouve α dans la diagonale du bloc. Donc

$$\tan\alpha = \frac{L}{H}$$
$$\alpha = \arctan\frac{L}{H}$$

Les différentes possibilités selon la disposition du bloc sont donc :

$\alpha_1 = \arctan\frac{10}{20} \simeq 26{,}6°$	$\alpha_2 = \arctan\frac{20}{10} \simeq 63{,}4°$
$\alpha_3 = \arctan\frac{10}{30} \simeq 18{,}4°$	$\alpha_4 = \arctan\frac{30}{10} \simeq 71{,}6°$
$\alpha_5 = \arctan\frac{20}{30} \simeq 33{,}7°$	$\alpha_6 = \arctan\frac{30}{20} \simeq 56{,}3°$

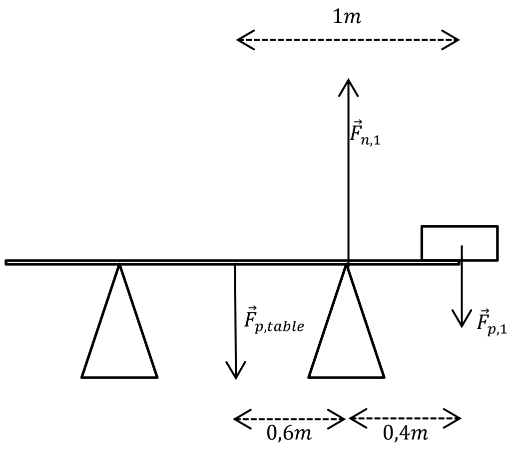


Exercice 97 Une table de 2m de longueur est formée d'une planche de 20kg posée sur deux chevalets. Les chevalets sont placés à 40cm du bord de la table. On pose sur un des bords de la table une masse m_1. Cette masse est tout juste en équilibre sur le plateau de la table.

1. Quelle est la masse maximale de m_1 pour que le plateau de la table reste à l'équilibre ?
2. On place une autre masse m_2, à cheval sur le bord libre de la table, à l'opposé de m_1. Si la masse m_1 est de 45 kg, quelles sont les valeurs limites de m_2 pour que la table reste à l'équilibre ?

1. Lorsque la masse m_1 est maximale, la table commence tout juste à se soulever et donc n'appuie plus sur le chevalet de gauche. Il ne reste alors plus que les trois forces représentées ci-contre, toutes perpendiculaires à la table. La force $\vec{F}_{n,1}$ à un moment de force nul car son point d'application est le centre de rotation. On obtient alors :

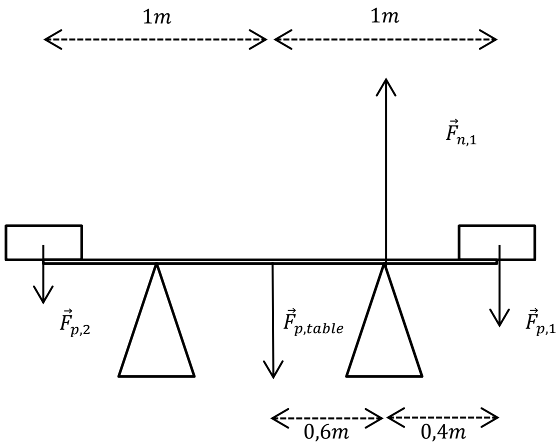
$$\begin{aligned} \overset{\curvearrowleft}{M} &= \overset{\curvearrowright}{M} \\ F_{p,table} \cdot d_{table} &= F_{p,1} \cdot d_{F_{p,1}} \\ 200 \cdot 0{,}6 &= m_1 \cdot g \cdot 0{,}4 \\ m_1 &= \frac{200 \cdot 0{,}6}{0{,}4 \cdot g} \\ &= 30\ kg \end{aligned}$$



2. En plaçant une masse de $45kg$, supérieure de $15kg$ à la masse de $30kg$ trouvée précédemment, le plateau n'est plus à l'équilibre, il faut donc rajouter à l'opposé une masse pour le rétablir.

1er cas :

$$\begin{aligned} \overset{\curvearrowleft}{M} &= \overset{\curvearrowright}{M} \\ F_{p,2} \cdot d_{F_{p,2}} + F_{p,table} \cdot d_{table} &= F_{p,1} \cdot d_{F_{p,1}} \\ m_2 \cdot g \cdot 1{,}6 + 200 \cdot 0{,}6 &= 450 \cdot 0{,}4 \\ &\dots \\ m_2 &= 3{,}75\ kg \end{aligned}$$



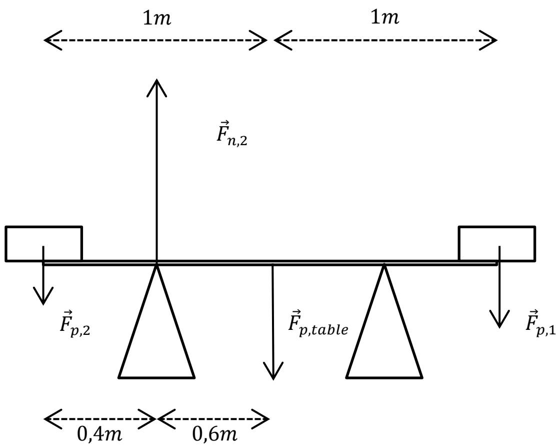
2e cas : Si la masse m_2 est trop grande, la table basculera de l'autre côté. L'axe de rotation change de chevalet, donc la force de réaction aussi.

Dans le cas limite, on a :

$$\begin{aligned} \overset{\curvearrowright}{M} &= \overset{\curvearrowleft}{M} \\ F_{p,2} \cdot d_{F_{p,2}} &= F_{p,1} \cdot d_{F_{p,1}} + F_{p,table} \cdot d_{table} \\ m_2 \cdot g \cdot 0{,}4 &= 450 \cdot 1{,}6 + 200 \cdot 0{,}6 \\ &\dots \\ m_2 &= 210\ kg \end{aligned}$$

On conclut que pour que l'équilibre soit maintenu, il faut que :

$$3{,}75kg < m_2 < 210kg$$



Remarque : il faudrait encore vérifier que les chevalets supportent cette charge de 210kg…

Exercice 98 On a suspendu une masse m_a d'acier à l'extrémité d'un balancier de masse m_b, à une distance d_1 d'un axe de rotation. La masse d'acier est entièrement immergée dans de l'eau. L'autre extrémité du balancier et le sol sont reliés par un ressort de raideur k. Lorsque le ressort est au repos la distance qui sépare ses points de fixation est l_0. La distance entre le point d'attache du ressort sur le balancier et l'axe de rotation est appelée d_2 et h est la hauteur de l'axe de rotation par rapport au sol. On appelle d_r, la déformation du ressort.
Quand le système est à l'équilibre, le ressort est vertical et le balancier fait un angle de 30° par rapport à l'horizontale.
On connaît : $m_a = 3kg$, $m_b = 1kg$, $d_1 = 50cm$, $d_2 = 150cm$, $k = 10N/m$, $l_0 = 15cm$

1. Quelle force exerce la masse d'acier sur le balancier ?
La masse d'acier exerce son poids apparent sur le balancier :

$$\begin{aligned} & F_{p,apparente} \\ = \;& F_p - F_{archimède} \\ = \;& m_a \cdot g - \rho_{eau} \cdot g \cdot V_a \qquad \text{① Ci-contre} \\ = \;& 3 \cdot 10 - 1000 \cdot 10 \cdot \frac{3}{7850} \\ \simeq \;& 26{,}18N \end{aligned}$$

① : Calcul du volume d'acier

$$\begin{aligned} \rho_a &= \frac{m_a}{V_a} \\ V_a &= \frac{m_a}{\rho_a} \\ &= \frac{3}{7850} \end{aligned}$$

2. Quel moment de force est exercé par la masse d'acier sur le balancier ?
$\overset{\frown}{M}_{F_{p,apparente}} = F_{p,apparente} \cdot d_1 \cdot \sin \alpha_{F_{p,ap.}} \simeq 26{,}18 \cdot 0{,}5 \cdot \sin 60 \simeq 11{,}34Nm$

3. Quel moment de force est exercé par le poids du balancier ?
La barre mesure $d_1 + d_2 = 0{,}5 + 1{,}5 = 2m$.
La force de pesanteur de la barre s'applique à $1m$ du bord gauche.
On obtient alors la distance $d_{F_p} = 1 - d_1 = 0{,}5m$. Donc :
$\overset{\frown}{M}_{F_p} = F_p \cdot d_{F_p} \cdot \sin 60 = m_b \cdot g \cdot d_{F_p} \cdot \sin 60 = 1 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot \sin 60 \simeq 4{,}33Nm$

4. Le ressort sera-t-il comprimé ou étiré ? Comment changer la masse du balancier pour inverser la réponse ?
Le ressort est étiré, car $\overset{\frown}{M}_{F_{p,apparente}} > \overset{\frown}{M}_{F_p}$. Cela signifie que le ressort effectuera une force dirigée vers le bas sur le balancier.

Si je souhaite que le ressort soit comprimé, il faut changer la barre de sorte à ce que :

$$\begin{aligned} \overset{\frown}{M}_{F_{p,apparente}} &< \overset{\frown}{M}_{F_p} \\ 26{,}18 \cdot 0{,}5 \cdot \sin 60 &< m_b \cdot g \cdot d_{F_p} \cdot \sin 60 \\ \frac{13{,}09 \cdot \sin 60}{0{,}5 \cdot 10 \cdot \sin 60} &< m_b \\ 2{,}62kg &< m_b \end{aligned}$$

5. Quelle force est exercée par le ressort sur le balancier ?
$F_r = k \cdot d_r = 10d_r$

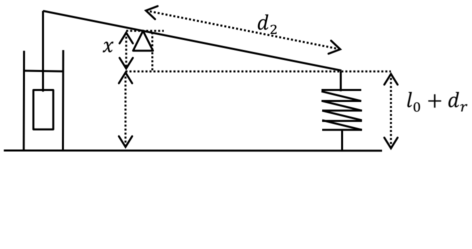
6. Quel moment de force est exercé sur le balancier par le ressort ?
$\overset{\frown}{M}_{F_r} = F_r \cdot d_2 \cdot \sin 60 = 10d_r \cdot 1{,}5 \cdot \sin 60 = 15d_r \cdot \sin 60$

7. Quelle est la déformation du ressort lorsque le balancier est à l'équilibre ?

$$\begin{aligned} \overset{\frown}{M} &= \overset{\frown}{M} \\ 15d_r \cdot \cancel{\sin 60} + 5 \cdot \cancel{\sin 60} &\simeq 26{,}18 \cdot 0{,}5 \cdot \cancel{\sin 60} \\ d_r &\simeq 0{,}539m \end{aligned}$$

8. A quelle hauteur a été placé l'axe de rotation ?
On cherche d'abord x.

$$\begin{aligned} \sin 30° &= \frac{x}{d_2} \\ x &= 1{,}5 \cdot \sin 30° \\ &= 0{,}75m \end{aligned}$$



La hauteur cherchée est : $l_0 + d_r + x \simeq 0{,}15 + 0{,}539 + 0{,}75 \simeq 1{,}439m$

3.4 Travail d'une force

Préambule : un « Mars » contient 962 kJ, soit 962'000J. Si le rendement des muscles pour convertir l'énergie chimique contenue dans un « Mars » en énergie mécanique est de 20%, on déduit qu'un « Mars » fournit $962'000\ J \cdot 0{,}2 = 192'400J$.

Exercice 99 Un homme tire sur un wagonnet de 800 kg avec une force de 500N sur une distance de 40m. L'homme étant placé sur le côté du rail, la corde sur laquelle il tire fait un angle de 30° par rapport au rail. Calculer le travail effectué par cet homme.

$A_{1,2} = F \cdot d \cdot \cos\alpha = 500 \cdot 40 \cdot \cos 30 \simeq 17'320\ J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{17'320}{192'400} \simeq 0{,}09$ Mars

Exercice 100 Pour déplacer un chariot sur une route plane, il faut exercer une force de 250N.

1. Pour quelle raison doit-on exercer une force ?
2. Quel est le travail de cette force pour un déplacement de 1 km ?

1. Pour vaincre les forces de frottements.
2. $A_{1,2} = F \cdot d \cdot \cos\alpha = 250 \cdot 1000 \cdot \cos 0° = 250'000J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{250'000}{192'400} \simeq 1{,}3$ Mars

Exercice 101 Un tuyau métallique de 3m de longueur et de diamètre négligeable est posé horizontalement sur le sol. La masse de ce tuyau est de 8 kg. Quel travail doit-on fournir pour le faire pivoter sur une de ces extrémités et l'amener en position verticale ?

Le travail à effectuer consiste à vaincre le travail du déplacement de la force de pesanteur : au début elle est appliquée à l'altitude du sol, puis à l'altitude de 1,5m (la moitié de la longueur du tuyau). Or ce travail est égal à :

$A_{1,2}(F) \geq |A_{1,2}(F_p)| = |-mg\Delta h| = |-8 \cdot g \cdot 1{,}5| \simeq 120J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{120}{192'400} \simeq 0{,}0006$ Mars

Exercice 102 Une voiture de 1 tonne entre en collision frontale avec un 2e véhicule. Est-il « préférable » qu'il s'agisse :

a. d'un camion de 12 tonnes circulant à 36 km/h
b. d'une autre voiture de 1,5 tonne circulant à 100 km/h

Justifie.

Il s'agit de connaître l'énergie cinétique des deux véhicules. Celle-ci sera transférée au moment du choc. Plus l'énergie transférée est grande, plus la déformation qui en résulte sera importante…

$36km/h = 10m/s\,, donc\ E_{c,camion} = \frac{1}{2} \cdot 12'000 \cdot 10^2 = 600'000J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{600'000}{192'400} \simeq 3{,}1$ Mars.

$100km/h = \frac{100}{3{,}6} m/s\,, donc\ E_{c,voiture} = \frac{1}{2} \cdot 1'500 \cdot \left(\frac{100}{3{,}6}\right)^2 \simeq 578'703J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{578'703}{192'400} \simeq 3$ Mars.

Le camion fera très légèrement plus de dégâts.

Pour qu'un homme arrête ce camion, il faut qu'il « consomme » 3,1 Mars en une fraction de seconde. Admettons en 0,1s. On connaît la relation $E = P \cdot t \Rightarrow 600'000 = P \cdot 0{,}1 = 6'000'000\ W$. Les meilleurs sprinters en cyclisme développent une puissance maximale de 2000 W… Il en faudrait donc 3'000 de ces cyclistes…

Exercice 103 Une bille de 200 g roule le long d'un rail horizontal avec une vitesse de 9 m/s. Le rail forme ensuite un anneau vertical de 2,8 m de hauteur (sorte de montagne russe). On néglige les forces de frottements et le diamètre de la boule.

1. Quelle sera la vitesse de la bille au sommet de l'anneau ?
2. Quelle sera la vitesse de la bille à la sortie de l'anneau ?

1. L'énergie mécanique est conservée car les frottements sont négligés. En choisissant l'altitude 0m au pied de l'anneau, on a :

$$\begin{array}{rcll}
E_m(1) & = & E_m(2) & |\text{1:pied de l'anneau et 2:sommet de l'anneau} \\
\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 & = & \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 & | \div m,\ \ h_1 = 0m\ et\ h_2 = 2{,}8m \\
\frac{1}{2} \cdot 9^2 & = & \frac{1}{2} \cdot v_2^2 + 2{,}8 \cdot g & | - 2{,}8 \cdot g \\
\frac{1}{2} \cdot 9^2 - 2{,}8 \cdot g & = & \frac{1}{2} \cdot v_2^2 & | \cdot 2 \\
9^2 - 5{,}6 \cdot g & = & v_2^2 & |\sqrt{\ } \\
v_2 & = & \sqrt{9^2 - 5{,}6 \cdot g} & \\
 & \simeq & 5m/s &
\end{array}$$

2. L'énergie mécanique est conservée car les frottements sont négligés, donc la vitesse perdue en montant dans l'anneau sera entièrement récupérée en redescendant et sera finalement la même qu'à l'entrée…

Exercice 104 Une balle de 100 g est lâchée d'une hauteur de 1m et rebondit jusqu'à une hauteur de 80 cm. Quelle énergie s'est dissipée durant cette opération.

L'énergie dissipée correspond au travail des forces non-conservatives (frottement, déformation au choc…). Ce travail est par définition égal à la variation d'énergie mécanique.
En fixant 0m au niveau du sol, 1 est la position initiale, 2 au sommet du 1er rebond :

$A_{1,2}^{nc} = E_m(2) - E_m(1) = (\overbrace{\frac{1}{2}mv_2^2}^{\substack{0\,car \\ v_2=0}} + mgh_2) - (\overbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}^{\substack{0\,car \\ v_1=0}} + mgh_1) = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) = -0{,}2\,J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{-0{,}2}{192'400} \simeq -0{,}000'001$ Mars.

Le signe – indique que l'énergie a été dissipée.

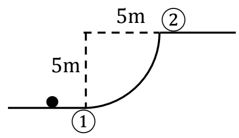
Exercice 105 Un cycliste et son vélo ont une masse de 80 kg. La route qu'il gravit a une longueur de 5 km pour une dénivellation de 300m. Les frottements opposent à son déplacement une force constante de 100N.

1. Quelle énergie aura-t-il dépensée pour atteindre le haut de la pente ? (Départ et arrivée sont à l'arrêt)
2. Sachant que le rendement d'un corps humain est d'environ 20%, combien faudra-t-il manger de « Mars » pour obtenir cette énergie ?

L'énergie à dépenser correspond au bilan du travail des forces motrices et des forces résistantes. Si ce bilan est positif, il n'y a pas d'énergie à fournir, les forces motrices suffisent au déplacement, s'il est négatif, il faudra fournir cette énergie. Dans ce cas, il n'y a pas de force motrice autre que celle du cycliste, donc il devra fournir comme travail, la valeur absolue du travail de la force de pesanteur + celui des forces de frottement.
En fixant 0m au niveau du départ de la montée, 1 est la position initiale, 2 au sommet :

$E = \left|A_{1,2}^{F_p} + A_{1,2}^{F_{fr}}\right| = |-mgh - F_{Fr} \cdot l| = |-80 \cdot g \cdot 300 - 100 \cdot 5000| = 740'000J$, soit en équivalent « Mars » : $\frac{740'000}{192'400} \simeq 3{,}8$ Mars.

Exercice 106 Quelle vitesse initiale minimale faut-il donner à la bille pour qu'elle atteigne le plat, sachant que le rayon du quart de cercle est de 5m ? On néglige les forces de frottements et le diamètre de la bille.



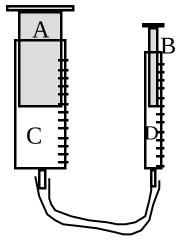
La bille atteindra tout juste le plat, si sa vitesse est nulle à la sortie du quart de cercle. Comme les forces de frottement sont négligées, on peut dire que l'énergie mécanique est conservée.

En fixant 0m au niveau du départ de la montée, 1 est la position initiale, 2 au sommet :

$$\begin{aligned}
E_m(1) &= E_m(2) \\
\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \quad | \div m, \qquad v_2 = 0m/s\,, h_1 = 0m\ et\ h_2 = 5m \\
\frac{1}{2} \cdot v_1^2 &= 5 \cdot g \quad | \cdot 2 \\
v_1^2 &= 10 \cdot g \quad |\sqrt{\ } \\
v_1 &= \sqrt{10g} \\
&\simeq 10\,m/s
\end{aligned}$$

3.5 Pression

Exercice 107 Deux seringues de diamètres différents sont reliées par un tube rempli d'eau (voir ci-dessous.)
Répondre par vrai ou faux



Faux Il faut la même force pour enfoncer le piston A que pour enfoncer le piston B.
Vrai Il faut plus de force pour enfoncer le piston A que pour enfoncer le piston B.

Justification des 2 premières questions :
Imaginons à l'équilibre les points A et B à l'interface liquide-piston :

$\boldsymbol{p_A} = \boldsymbol{p_B}$ | **Par définition**

$\frac{\boldsymbol{F_A}}{\boldsymbol{S_A}} = \frac{\boldsymbol{F_B}}{\boldsymbol{S_B}}$ | $\boldsymbol{S_A} > S_B$**, donc pour que l'égalité soit vraie, il faut :**

$\boldsymbol{F_A} > \boldsymbol{F_B}$

Vrai Quand on appuie sur le piston A, la pression est plus grande dans le réservoir C.
Faux Quand on appuie sur le piston A, la pression est la même dans les réservoirs C et D.

Justification des 2 questions précédentes :
Quand j'appuie sur le piston A, le piston B monte, Cela signifie que la pression n'est plus la même sous les deux pistons (il y a écoulement) et $\boldsymbol{p_A} > \boldsymbol{p_B}$ car le liquide s'écoule de A vers B. Or la pression sous B n'a pas changé, donc c'est celle sous A qui a augmenté.

Faux Quand le piston A avance de 1 cm, le piston B recule de 1 cm.
Vrai Quand le piston A avance de 1 cm, le piston B recule de plus de 1 cm.

Justification des 2 questions précédentes :
Le volume déplacé dans C est égal à celui reçu par D :

$\boldsymbol{V_A} = \boldsymbol{V_B}$ | **Par définition**

$\boldsymbol{S_A} \cdot \boldsymbol{\Delta h_A} = \boldsymbol{S_B} \cdot \boldsymbol{\Delta h_B}$ | $\boldsymbol{S_A} > S_B$**, donc pour que l'égalité soit vraie, il faut :**

$\boldsymbol{\Delta h_A} < \boldsymbol{\Delta h_B}$

Exercice 108
1. Quelle est la pression exercée par les pattes d'un éléphant de 5 tonnes, si l'on admet que son poids est réparti uniformément sur les quatre pattes (disques d'environ 30cm de diamètre) ?
2. Quelle est la pression exercée par les sabots d'une vache de 600 kg, si l'on admet que son poids est réparti uniformément sur les quatre sabots (disques d'environ 10cm de diamètre) ?
3. Quelle est la pression exercée par les talons aiguille d'une femme de 60 kg, si l'on admet que le quart de son poids est réparti uniformément sur les deux talons (surface d'environ $1cm^2$) ?

1. On suppose que la pression exercée est la même pour chaque patte, c'est-à-dire que les 5 tonnes se répartissent uniformément sur chaque patte. On peut alors soit considérer 1250 kg par patte ou 5000kg sur 4 pattes

$$p = \frac{F_p}{S} = \frac{m \cdot g}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \simeq \frac{50000}{0{,}2827} \simeq 176'840\ Pa \quad \text{ou} \quad p = \frac{F_p}{S} = \frac{\frac{m \cdot g}{4}}{\pi \cdot r^2} \simeq \frac{12500}{0{,}0707} \simeq 176'840\ Pa$$

2. Même supposition que pour 1.

$$p = \frac{F_p}{S} = \frac{m \cdot g}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \simeq \frac{6000}{0{,}03142} \simeq 190'990\ Pa$$

3. $$p = \frac{F_p}{S} = \frac{\frac{m \cdot g}{4}}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = \frac{150}{2 \cdot 10^{-4}} = 750'000\ Pa$$

Exercice 109 Une collision navale provoque une voie d'eau à 3 mètres sous la ligne de flottaison d'un bateau. L'aire du trou dans la coque est de 100 cm^2.
Quelle est l'intensité minimale de la force qu'il faut exercer sur un tampon pour colmater la voie d'eau ?

La pression qu'on doit exercer doit être au moins aussi forte que celle exercée par l'eau :

$$\begin{aligned} p_{bouchon,côté\ homme} &> p_{bouchon,côté\ eau} \\ p_{homme} + \cancel{p_{atm}} &> p_{eau} + \cancel{p_{atm}} \\ \frac{F}{S} + \cancel{p_{atm}} &> \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} \\ F &> \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} \cdot S \\ &\gtrsim 1000 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0{,}01 \\ &\gtrsim 300\ N \end{aligned}$$

Exercice 110
1. Le tube en U ci-après est rempli d'eau.
   Complète le dessin en indiquant la hauteur exacte de l'eau dans le tube fin.
2. Le tube en U ci-après est rempli d'eau et de pétrole.
   Calcule la hauteur h2.

Schéma question 1

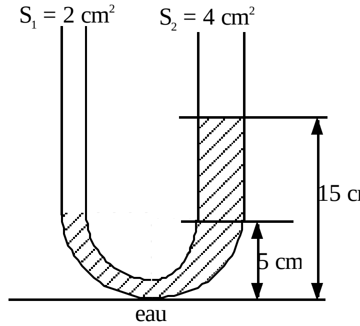
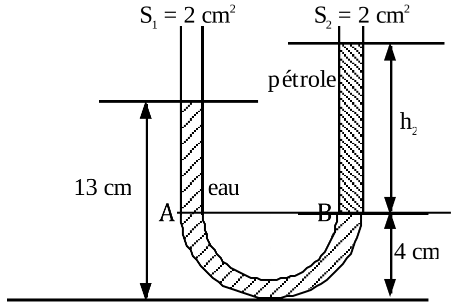


Schéma question 2



1. Par principe des vases communicantes, l'eau sera à la même hauteur dans les deux tubes.
   Pour s'en convaincre : prenons un point à la surface de chaque côté. La pression en ces points est la pression atmosphérique.
   Or on se trouve dans le même liquide au repos. Si les pressions sont égales cela signifie qu'on est à la même altitude.

2. Considérons un point B à l'interface eau-pétrole et le point A de même altitude dans l'autre branche du tube en U. Le liquide étant au repos, on déduit :

$$\begin{aligned} p_A &= p_B \\ \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} + \cancel{p_{atm}} &= \rho_{pétrole} \cdot g \cdot h_{pétrole} + \cancel{p_{atm}} \quad | \div (\rho_{pétrole} \cdot g) \\ h_{pétrole} &= \frac{\rho_{eau} \cdot h_{eau}}{\rho_{pétrole}} \\ &= \frac{1000 \cdot (0{,}13 - 0{,}04)}{800} \\ &= 0{,}1125\ m \end{aligned}$$

Exercice 111 Une baignoire en forme de parallélépipède rectangle mesure 70 cm de large sur 140 cm de long et 50 cm de profondeur et elle contient 250 litres d'eau.
Quelle force minimale faut-il exercer pour enlever le bouchon circulaire de 6 cm de diamètre situé au fond ?

La pression qu'on doit exercer doit être au moins aussi forte que celle exercée par l'eau. On doit donc tout d'abord connaître la hauteur d'eau dans la baignoire (elle n'est probablement par remplie à ras-bord) :

1.

$$\begin{aligned} V_{eau} &= 250\ l \\ A_{base} \cdot h_{eau} &= 0{,}25\ m^3 \\ h_{eau} &= \frac{0{,}25}{A_{base}} \\ &= \frac{0{,}25}{0{,}7 \cdot 1{,}4} \\ &= 0{,}255\ m \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} p_{homme} &> p_{eau} \\ \frac{F}{S_{bouchon}} + \cancel{p_{atm}} &> \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} + \cancel{p_{atm}} \\ F &> \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} \cdot S_{bouchon} \\ &\gtrsim 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}255 \cdot (\pi \cdot 0{,}03^2) \\ &\gtrsim 7{,}2\ N \end{aligned}$$

Exercice 112 On considère un tube en U dont une branche a une section de 4cm² et l'autre 1cm². On y verse de la glycérine de façon à remplir le fond du tube. Dans la branche de 4cm² on verse 5 dl d'eau. Sur cette eau, il y a un piston d'acier de 5cm de hauteur. Dans la branche de 1cm², on a versé 2dl d'alcool, sur lequel on a placé un piston en acier de 10cm de hauteur.

1. Calcule la pression à l'interface eau-glycérine et à l'interface alcool-glycérine, sans tenir compte de la pression atmosphérique. Attention aux unités…
2. Sur quel piston doit-on appuyer pour maintenir la surface eau-glycérine à même hauteur que la surface alcool-glycérine ? (justifie) Avec quelle force ? Indication : si tu n'as pas réussi le point 1, utilise $p_{eau-glycérine} = 16'000\ Pa$ et $p_{alcool-glycérine} = 24'000\ Pa$

Dans un premier temps, il s'agit de calculer les hauteurs d'eau et d'alcool dans les deux branches et les masses des deux pistons

$$\begin{aligned} V_{eau} &= 5dl \\ A_{base} \cdot h_{eau} &= 0{,}0005 m^3 \\ h_{eau} &= \frac{0{,}0005}{0{,}0004} \\ &= 1{,}25\ m \end{aligned} \qquad \begin{aligned} V_{alcool} &= 2dl \\ A_{base} \cdot h_{alcool} &= 0{,}0002 m^3 \\ h_{alcool} &= \frac{0{,}0002}{0{,}0001} \\ &= 2\ m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{acier} &= \frac{m_{acier}}{V_{acier}} \\ m_{acier} &= \rho_{acier} \cdot V_{acier} \\ &= 7850 \cdot 0{,}0004 \cdot 0{,}05 \\ &= 0{,}157\ kg \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \rho_{acier} &= \frac{m_{acier,2}}{V_{acier,2}} \\ m_{acier} &= \rho_{acier} \cdot V_{acier} \\ &= 7850 \cdot 0{,}0001 \cdot 0{,}1 \\ &= 0{,}0785\ kg \end{aligned}$$

1. La pression à l'interface eau-glycérine est due aux pressions de l'eau et de l'acier :

$$\begin{aligned} p_{eau-glycérine} &= p_{eau} + p_{acier} \\ &= \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} + \frac{F_{p,acier}}{S_1} \\ &= 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}25 + \frac{m_{acier} \cdot g}{0{,}0004} \\ &= 12500 + \frac{0{,}157 \cdot 10}{0{,}0004} \\ &= 12500 + 3925 \\ &= 16'425\ Pa \end{aligned}$$

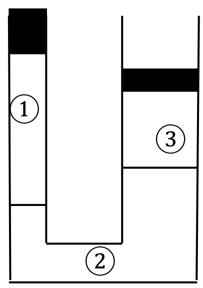
2. La pression à l'interface alcool-glycérine est due aux pressions de l'alcool et de l'acier :

$$\begin{aligned} p_{alcool-glycérine} &= p_{alcool} + p_{acier} \\ &= \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} + \frac{F_{p,acier,2}}{S_1} \\ &= 790 \cdot 10 \cdot 2 + \frac{m_{acier,2} \cdot g}{0{,}0001} \\ &= 15800 + \frac{0{,}0785 \cdot 10}{0{,}0001} \\ &= 23'650\ Pa \end{aligned}$$

3. La pression à l'interface alcool-glycérine étant plus grande que celle à l'interface eau-glycérine, on déduit que l'interface alcool-glycérine se trouve plus bas que celle eau-glycérine. Il faudra donc appuyer sur le piston du côté de l'eau. Si les interfaces eau-glycérine et alcool-glycérine doivent être à la même hauteur, il devra avoir la même pression à ces interfaces, car même hauteur dans un même liquide (glycérine). La pression qu'on devra créer en appuyant devra ainsi compenser la différence des pressions trouvées au point 1. et 2.

$$\begin{aligned} p_{eau-glycérine} + p_{Force} &= p_{alcool-glycérine} \\ p_{Force} &= p_{alcool-glycérine} - p_{eau-glycérine} \\ \frac{F}{S} &= 23'650 - 16'425 \\ F &= 7225 \cdot S \\ &= 7225 \cdot 0{,}0004 \\ &= 2{,}89 N \end{aligned}$$

1 : alcool
2 : glycérine
3 : eau

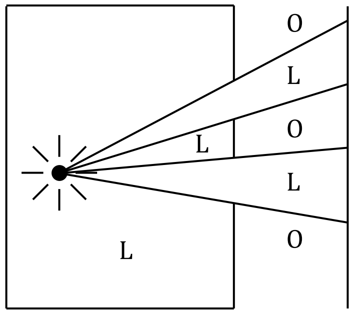


4 OPTIQUE

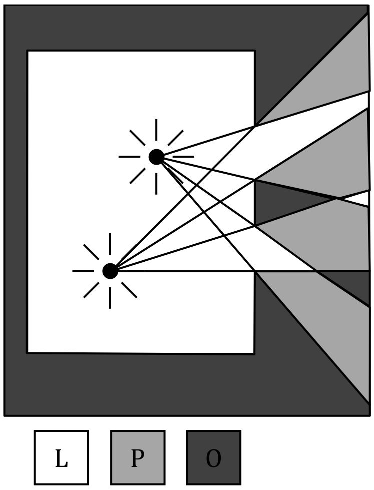
4.1 Propagation de la lumière

Exercice 113 Dessiner les différentes zones d'éclairage.

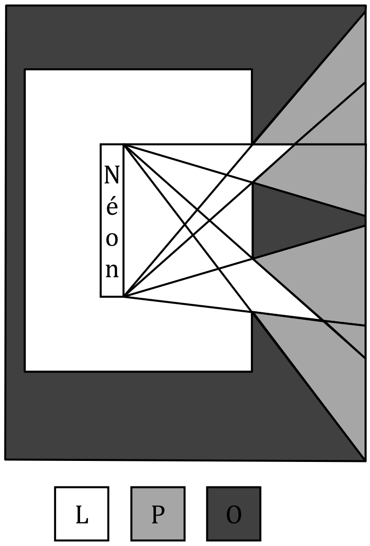
1.



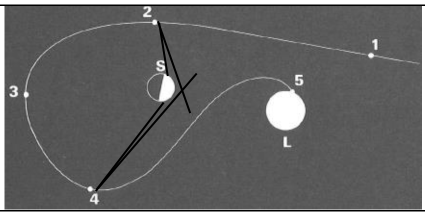
2.

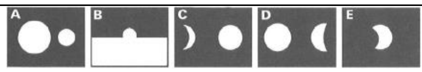


3.



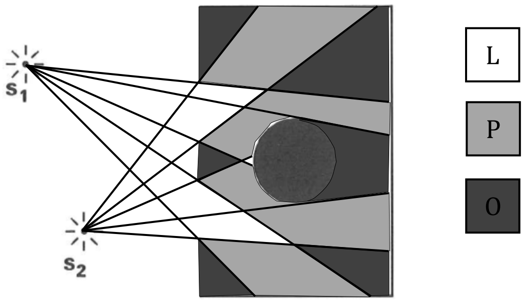
Exercice 114 On considère la situation suivante: une lampe sphérique L est située à proximité d'une boule de sagex S. La seule source de lumière est constituée par la lampe L. Un papillon de nuit, après avoir passé près de la lampe, tourne autour de la boule, puis vient se poser sur la lampe. La figure ci-dessous à gauche représente cette situation vue depuis dessus.
Les figures A, B, C, D et E représentent diverses vues perçues par les yeux du papillon pendant son vol (en supposant qu'ils sont semblables aux yeux humains, ce qui est faux bien entendu). Ces vues correspondent chacune à l'une des cinq positions numérotées sur le trajet du papillon.
Mettre en relation chaque vue avec chaque numéro.



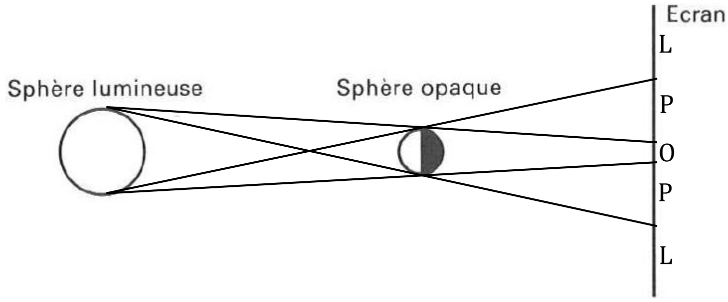


1. La mouche voit à sa gauche la source L et à sa droite S (plus petite). Son angle fait qu'elle voit la partie éclairée de S → A
2. La mouche voit à sa gauche la source L et à sa droite une partie de S, tournée vers L. Elle voit S avec un « grand » angle et est « près » de L → D(plutôt que C)
3. La mouche ne voit pas la partie éclairée de S et S cache une partie de L → E
4. La mouche voit à sa droite la source L et à sa gauche une partie de S, tournée vers L. Elle voit S avec un « petit » angle et est « loin » de L → C (plutôt que D)
5. La mouche étant sur L ne voit plus l'arrondi de L, elle distingue à sa droite la partie éclairée de S → B

Exercice 115 Dessiner les zones d'ombre et de pénombre à l'intérieur de la boîte. Cette dernière est munie de deux ouvertures et contient un objet opaque de section circulaire.



Exercice 116 La sphère lumineuse éclaire l'écran. La sphère opaque crée, sur l'écran, une zone d'ombre et une zone de pénombre.
1. Dessiner ces zones sur l'écran.
2. Peut-on, en réalité, distinguer les limites de la pénombre?

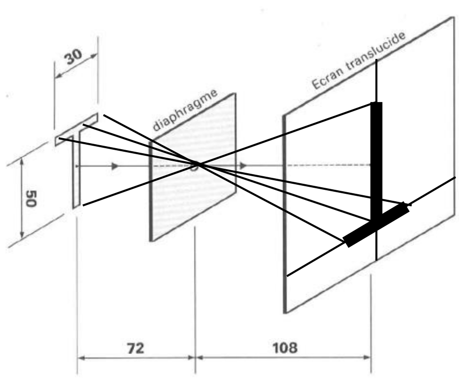


Exercice 117 Un T lumineux est placé devant un diaphragme à trou circulaire.
1. Esquisser l'image du T sur l'écran translucide.
2. Calculer les dimensions de l'image du T (données en mm).

Construction :
1. Verticale sur l'écran passant par le point donné
2. 2 rayons partant des extrémités de la partie verticale du T
3. Horizontale sur l'écran, parallèle au bord de l'écran, passant par l'intersection d'un rayon du point 2 et du segment du point 1
4. 2 rayons partant des extrémités de la partie horizontale du T
5. Mettre en évidence le T

Dimensions (en utilisant les triangles semblables, les 2 T sont proportionnels)

Objet [mm]	72	30	50
Image [mm]	108	45	75



Les dimensions de l'image sont donc 45mm de large par 75mm de haut.

Exercice 118 A l'aide d'une chambre noire dont la base en papier calque est un carré de 10cm de côté et dont la profondeur maximale mesure 20cm, on observe un objet de 15m de hauteur situé à une distance de 20m.
1. Détermine la grandeur de l'image obtenue en fonction du réglage de la profondeur p' de la chambre noire.
2. Déduis-en le réglage optimal pour obtenir la plus grande image entière possible.

Schéma de la situation ① : l'image de l'immeuble est entière et mais n'est pas la plus grande possible, le papier calque est trop près du diaphragme.

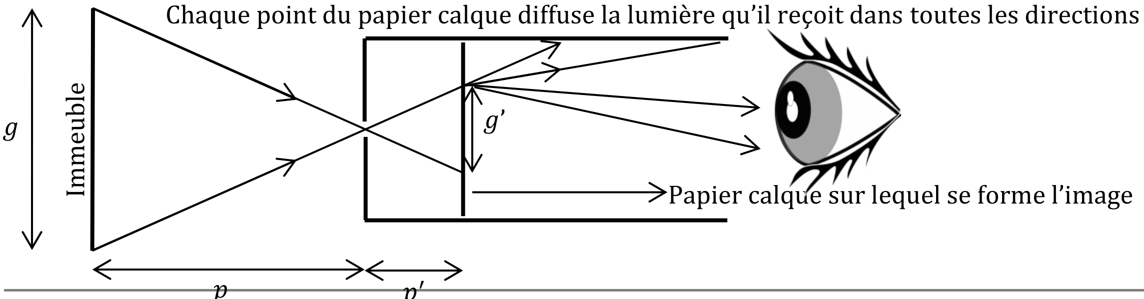


Schéma de la situation ②: l'image de l'immeuble est la plus grande possible, mais elle n'est pas entière, on ne voit ni le bas, ni le haute de l'immeuble.

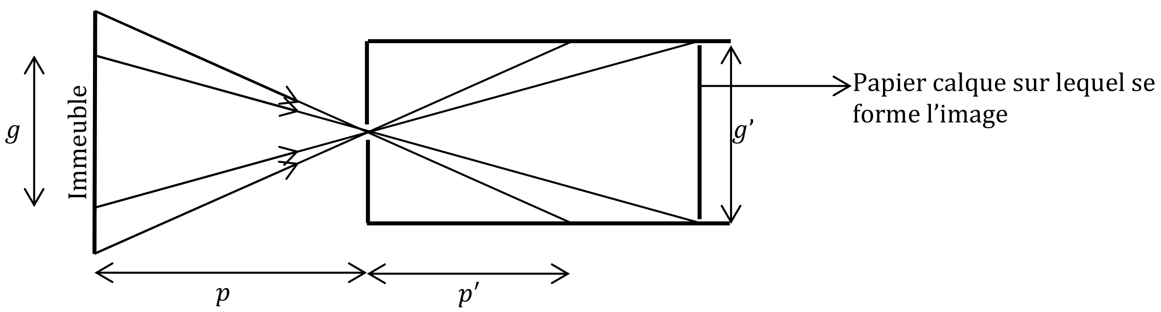
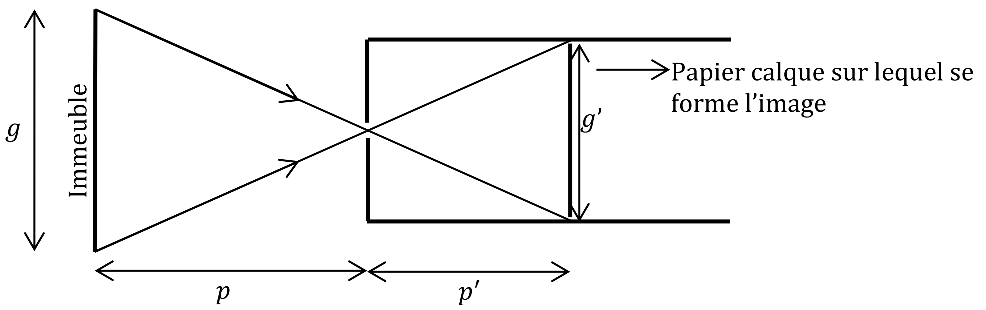


Schéma de la situation optimale : l'image de l'immeuble est entière et la plus grande possible.



1.
$$\begin{aligned} \frac{g'}{g} &= \frac{p'}{p} && | \cdot g \\ g' &= g \cdot \frac{p'}{p} \\ &= 15 \cdot \frac{p'}{20} && |S \\ &= \frac{3}{4} p' \end{aligned}$$

2. La plus grande image possible est la taille du papier calque soit 10 cm

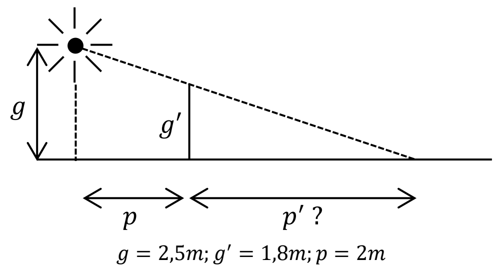
$$\begin{aligned} g' &= \frac{3}{4} \cdot p' && | \cdot \frac{4}{3} \\ p' &= \frac{4}{3} \cdot 10 \\ &\simeq 13{,}3 cm \end{aligned}$$

13,3 cm est plus petit que la profondeur maximale de 20 cm, c'est donc le réglage optimal.

Exercice 119 Quelle est la longueur de l'ombre portée sur le sol d'un homme de 1m80 se tenant debout, lorsque celui-ci se trouve à 2m de la verticale passant une lampe ? Cette lampe est fixée à une hauteur de 2m50 par rapport au sol.

$$\begin{aligned} \frac{g'}{g} &= \frac{p'}{p+p'} \\ &\dots \\ \Leftrightarrow \quad \frac{g' \cdot p}{g - g'} &= p' \\ 5{,}14\, m &\cong p' \end{aligned}$$

Soit une ombre d'environ 5,14 m.

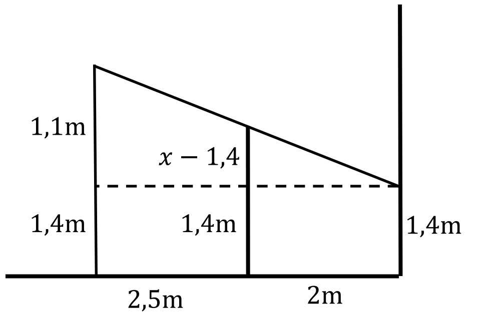


Exercice 120 Une ampoule située à une hauteur de 2,5m éclaire une personne et projette une ombre de 1mètre 40 sur un mur vertical situé à 2m de la personne. La distance séparant la verticale passant par la lampe et la personne est de 2,5m. Calcule la hauteur de la personne.

En partant des triangles semblables :

$$\begin{aligned} \frac{x-1{,}4}{1{,}1} &= \frac{2}{4{,}5} \\ 4{,}5(x-1{,}4) &= 2{,}2 \\ 4{,}5x-6{,}3 &= 2{,}2 \\ 4{,}5x &= 8{,}5 \\ x &\simeq 1{,}89m \end{aligned}$$

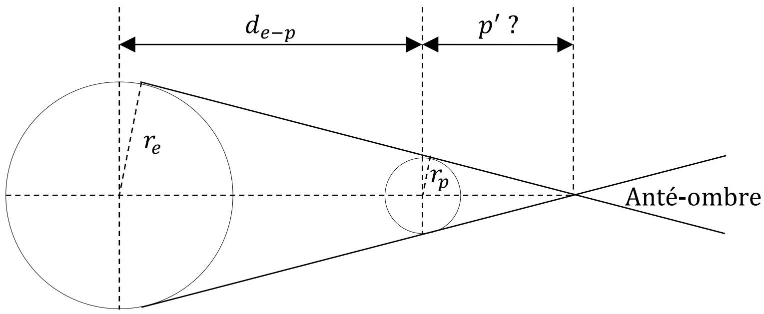
La personne mesure environ 1m89.



Exercice 121 Une planète dont le rayon est de 8000 km se trouve à $160 \cdot 10^6$ km de son étoile dont le rayon mesure $8 \cdot 10^5$ km. A quelle distance minimale de la planète doit se trouver un satellite pour que celui-ci puisse se trouver dans l'anté-ombre de la planète ?

A partir des triangles semblables :

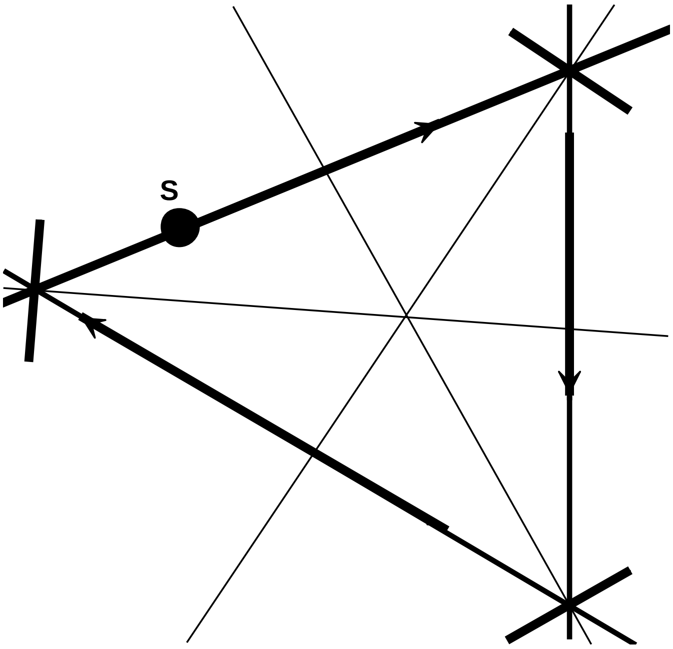
$$\begin{aligned} \frac{p'}{d_{e-p}+p'} &= \frac{r_p}{r_e} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{p'}{160\cdot 10^6+p'} &= \frac{8\cdot 10^3}{8\cdot 10^5} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{p'}{160\cdot 10^6+p'} &= \frac{1}{100} \\ \Leftrightarrow \quad 100p' &= 160\cdot 10^6+p' \\ \Leftrightarrow \quad 99p' &= 160\cdot 10^6 \\ p' &\cong 1'616'000\ km \end{aligned}$$



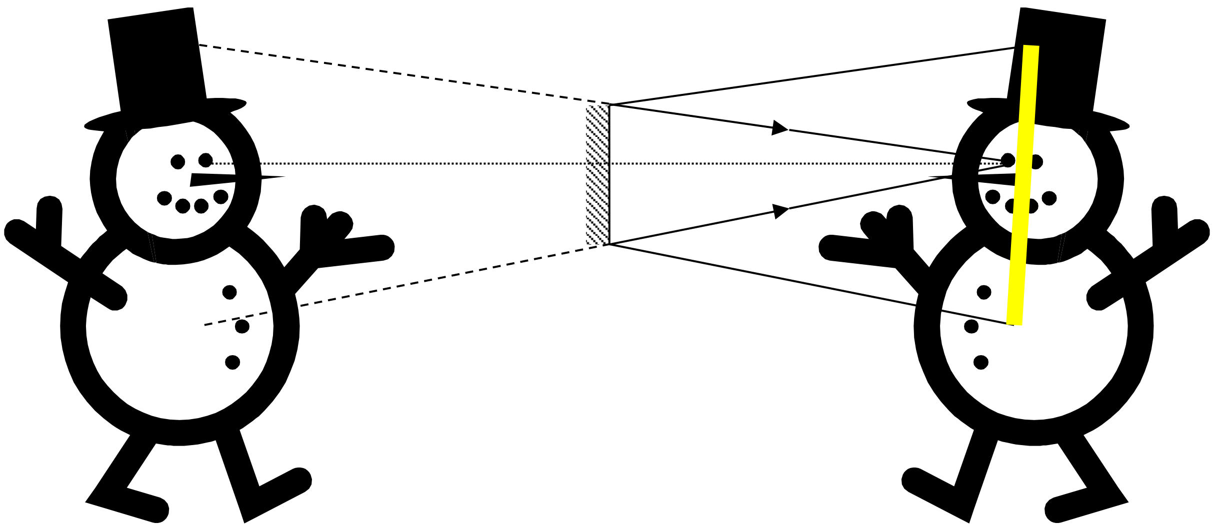
4.2 Réflexion

Exercice 122 Complète la figure ci-dessous à l'aide de trois miroirs… Il s'agit d'un même rayon. Place une source de lumière qui aurait pu créer ce rayon

Un rayon incident et réfléchi sont symétrique par rapport à la normale, celle-ci est donc la bissectrice de l'angle formé par ces deux rayons. Pour trouver le miroir, il suffit alors de tracer la perpendiculaire à la normale.
La source S peut être placée sur n'importe quel rayon (ils tournent tous à l'infini)



Exercice 123 Quelle partie de son corps peut voir ce bonhomme dans le miroir ?

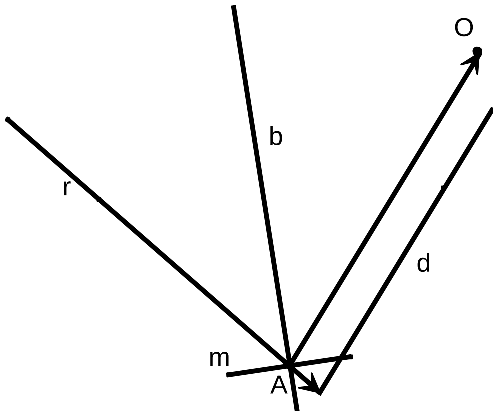


1. Faire le symétrique du bonhomme
2. Tracer le rayon arrivant vers l'œil d'une extrémité du miroir
3. Prolonger ce rayon (pointillé) sur l'image. On trouve le point le plus haut visible par le bonhomme
4. Symétrique de ce point pour trouver l'origine du rayon qui rejoint l'œil
5. Répéter l'opération à l'autre extrémité du miroir.

La zone visible est finalement mise en évidence en jaune.

La construction n'est pas très précise car le bonhomme est dessiné en « 3D ». On peut tracer un segment vertical par-dessus le bonhomme pour le symboliser et faire le symétrique du segment.

Exercice 124 Place un miroir qui dévie de 80° le rayon et de telle sorte que l'observateur O puisse voir le rayon.



1. Tracer une demi-droite d qui forme un angle de 80° avec le rayon incident r (ici l'origine est choisie arbitrairement à l'extrémité du rayon dessiné)
2. Tracer une parallèle p à d passant par O
   p coupe r en A
3. Tracer la bissectrice b de $r\widehat{A}p$.
4. Tracer la perpendiculaire m à b passant par A. C'est le miroir.

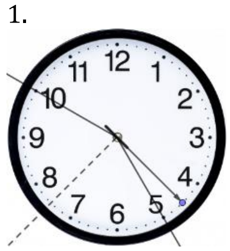
Exercice 125 Un miroir est placé sur la grande aiguille d'une pendule.
Un rayon lumineux issu d'une source fixe S est réfléchi par ce miroir de la façon indiquée par la figure.
1. A quelle heure le rayon réfléchi passera-t- il par 10 h?
2. A quelle heure le rayon réfléchi passait-t-il par 6 h?

Il y a $360 \div 12 = 30°$ entre deux heures affichée. Donc

1. Entre 5h et 10h, il y 150°, donc 75° pour la normale qui passerait entre 7 et 8h. Cette normale est perpendiculaire à la grande aiguille, qui indique donc entre 4 et 5h. Finalement, il sera 12:22:30.

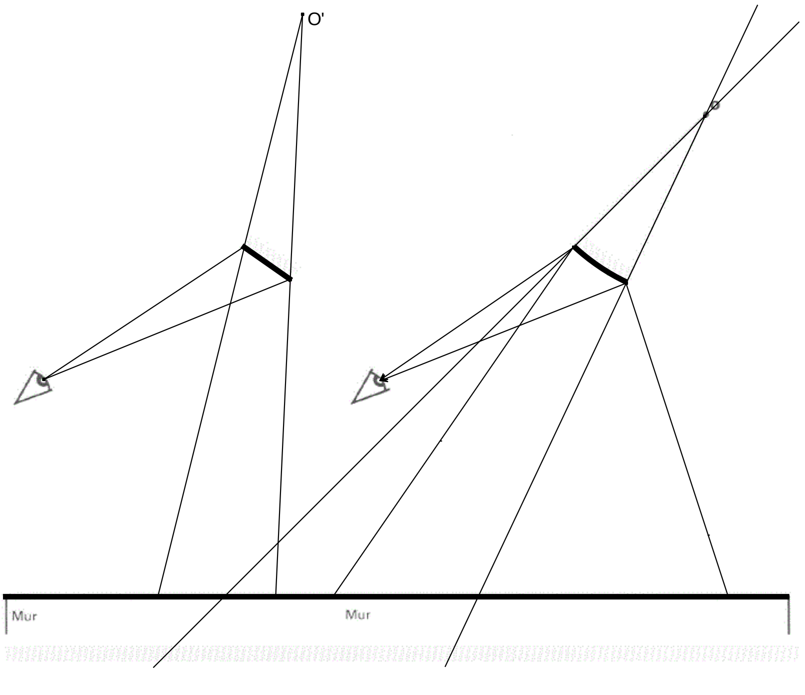
2. La normale indique entre 5 et 6h, La grande aiguille pointe donc entre 2 et 3h et il sera 12:12:30.

1.



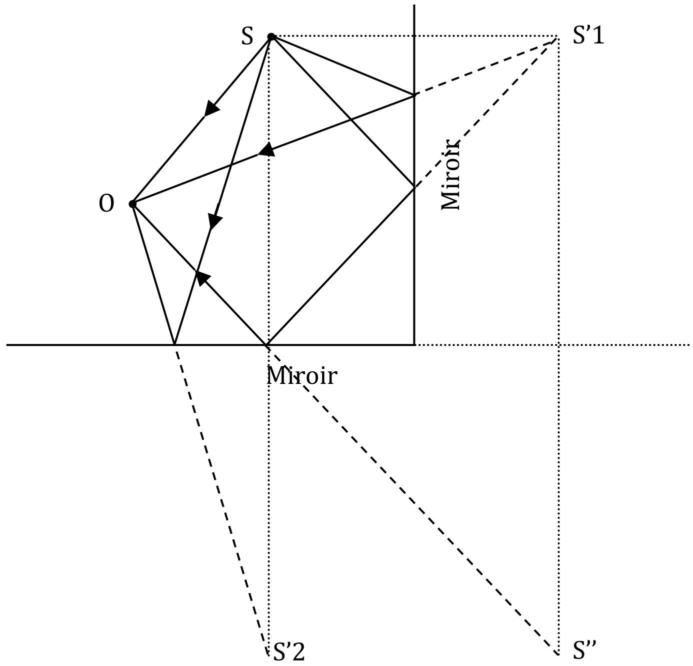
2.

Exercice 126
1. Déterminer sur chaque figure la portion de mur que voit l'œil «dans» le miroir.
2. Les portions de mur visibles dépendent-elles de la distance de l'œil au miroir ?
3. Expliquer pourquoi les rétroviseurs sont souvent des portions de miroir sphérique (ou cylindrique).



2. Plus on est proche du miroir, plus la zone visible est grande.
3. La zone visible est plus grande avec un miroir courbe.

Exercice 127 Trace tous les rayons lumineux produits par la source S et vus par l'observateur O

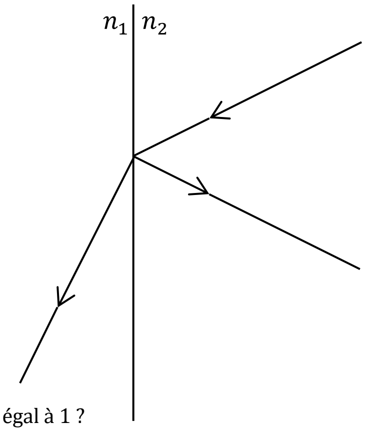


Exercice 128 Détermine la zone de la droite a sur laquelle un observateur doit se trouver pour voir la source S par une double réflexion (sur m_1, puis sur m_2)

Corrigé interactif à l'adresse : https://www.geogebra.org/m/HW6Z3c2F

4.3 Réfraction

Exercice 129 1. Mesure les angles d'incidence, de réflexion et de réfraction.



$\Theta_i \simeq 27°$ $\Theta_{réflexion} \simeq 27°$ $\Theta_{réfraction} \simeq 63°$

2. Complète à l'aide de <, > ou = : $n_1 < n_2$

$v_1 > v_2$ car « l'intérieur du virage » est orienté vers n_1, par conséquent

$$\begin{aligned} v_1 &> v_2 && |inverse\ et\ \cdot c. Attention\ à\ l'inégalité \\ \frac{c}{v_1} &< \frac{c}{v_2} && |Définition\ de\ n \\ n_1 &< n_2 \end{aligned}$$

Exercice 130 Pourquoi l'indice de réfraction d'un milieu est-il supérieur ou égal à 1 ? Quand est-il égal à 1 ?

$$\begin{aligned} n &= \frac{c}{v_{milieu}} && |or\ v_{milieu} < c\ donc \\ \frac{c}{v_{milieu}} &> \frac{c}{c} \\ n &> 1 \end{aligned}$$

$n = 1$ si $v_{milieu} = c$, c'est-à-dire si le milieu est le vide. Dans les gaz, on s'approche fortement d'un indice de réfraction de 1.

Exercice 131 Soit deux milieux d'indice de réfraction n_i et $n_r > n_i$. Indique V (vrai) ou F (faux) pour les affirmations :

1. n_i ne peut pas être l'indice de réfraction de l'air : Faux, l'indice de réfraction de l'air vaut 1 et est le plus petit possible, donc $\boldsymbol{n_r} > \boldsymbol{n_i}$ comme indiqué dans la donnée.
2. $v_i < v_r$: Faux :

$$\begin{aligned} n_r &> n_i && |Définition\ de\ n \\ \frac{c}{v_r} &> \frac{c}{v_i} && |\cdot v_i \cdot v_r \div c \\ v_i &> v_r \end{aligned}$$

3. Il n'y a pas de réflexion totale possible pour un rayon se dirigeant vers le dioptre : vrai, cela dépend des indices de réfraction si $\boldsymbol{n_{incident}} > \boldsymbol{n_{réfraction}}$, alors il peut y avoir réflexion totale, or ici $n_r > n_i$...
4. Il n'existe qu'un seul rayon traversant le dioptre par un point donné qui ne soit pas dévié : Vrai, il s'agit du rayon qui arrive perpendiculairement au dioptre.

Exercice 132 Réponds aux questions à l'aide d'une résolution algébrique, puis vérifie (en option) en utilisant la construction de Maxwell.

Ce rayon arrive sous l'angle limite de réfraction. Que vaut l'indice de réfraction n_2 de l'autre milieu ?

Résolution algébrique :

$\theta_i = 31°$ par mesure
$\theta_{refr} = 90°$ car $\theta_i = \lambda =$ angle limite de réfraction
$n_2 = 1$ car le milieu est gazeux

$$\begin{aligned} n_i \sin\lambda &= n_r \sin\theta_r \\ n_i \sin 31° &= 1 \cdot \sin 90° \\ n_i &= \frac{1}{\sin 31°} \\ &\simeq 2{,}0 \end{aligned}$$

Résolution géométrique :

1. Prolonger le rayon incident jusqu'au point d'incidence sur le dioptre, prolonger ce rayon dans l'air en pointillé.
2. Tracer le rayon réfracté sur le dioptre (car angle limite de réfraction)
3. Tracer le cercle du milieu de réfraction c_r de rayon $n_{air} \cdot 3 = 3\ cm$, centré sur le point d'incidence
4. Tracer une perpendiculaire p au dioptre passant par l'intersection du rayon réfracté et de c_r.
5. Tracer le cercle c_i du milieu d'incidence, centré sur le point d'incidence et passant par l'intersection de p et du rayon incident prolongé en pointillé.

Un des deux milieux est de l'air. Lequel ? Pourquoi ? Que vaut l'indice de réfraction n_2 de l'autre milieu ?

La vitesse de la lumière se propage plus vite dans l'air que dans l'autre milieu, par conséquent le rayon dans l'air est le plus près du dioptre. L'air est le milieu du bas.

Résolution algébrique :

$\theta_i \simeq 27°$ par mesure
$\theta_r \simeq 56°$ par mesure
$n_r = 1$ car le milieu est gazeux

$$\begin{aligned} n_i \sin\theta_i &= n_r \sin\theta_r \\ n_i \sin 27° &= 1 \cdot \sin 56° \\ n_i &= \frac{\sin 56°}{\sin 27°} \\ &\simeq 1{,}8 \end{aligned}$$

Résolution géométrique :
Considérons arbitrairement que le milieu incident soit celui du haut.

1. Prolonger le rayon incident en pointillé dans l'air.
2. Tracer le cercle du milieu de réfraction c_r de rayon $n_{air} \cdot 3 = 3\ cm$, centré sur le point d'incidence
3. Tracer une perpendiculaire p au dioptre passant par l'intersection du rayon réfracté et de c_r.

6. On trouve n_i en divisant le rayon de c_i par 3 (on a multiplié n_{air} par 3 ...) :
$$n_i = r_i \div 3 \simeq 1{,}9$$

4. Tracer le cercle c_i du milieu d'incidence, centré sur le point d'incidence et passant par l'intersection de p et du rayon incident prolongé en pointillé.
5. On trouve n_i en divisant le rayon de c_i par 3 (on a multiplié n_{air} par 3 ...) :
$$n_i = r_i \div 3 \simeq 1{,}8$$

Exercice 133 Quel est l'angle limite de réfraction entre le plexiglas $(n_{plex} = 1{,}5)$ et le diamant $(n_{diam} = 2{,}4)$?

1. Pour qu'il puisse avoir réflexion totale, il faut que $n_i > n_r$; par conséquent le milieu incident sera le diamant.
2. Le rayons réfracté est confondu avec le dioptre si bien que $\Theta_r = 90°$

3.
$$\begin{aligned} n_i \cdot \sin\lambda &= n_r \cdot \sin 90 \quad | \div n_i \; et \; \sin 90 = 1 \\ \sin\lambda &= \frac{n_r}{n_i} \\ \lambda &= \arcsin\frac{n_r}{n_i} \\ &= \arcsin\frac{1{,}5}{2{,}4} \\ &\simeq 39° \end{aligned}$$

Exercice 134 Réponds aux questions suivantes.

Peut-il y avoir réflexion totale ? Si oui, quelles sont les conditions sur n_1 ? Si non, pourquoi ?

A priori, il peut y avoir réflexion totale. Pour cela, il faut que n_1 soit suffisamment plus petit que n_{eau} . Attention, $n_1 \geq 1$ par définition. Pour qu'il y ait réflexion totale, il faut

$\theta_i \simeq 31° > \lambda$

Calculons λ
$\theta_{refr} = 90°$ car $\theta_i = \lambda =$ angle limite de réfraction

$$\begin{aligned} n_{eau} \cdot \sin\lambda &= n_r \cdot \sin 90 \quad | \sin 90 = 1 \\ 1{,}33 \cdot \sin\lambda &= n_r \\ \sin\lambda &= \frac{n_r}{1{,}33} \\ \lambda &= \arcsin\frac{n_r}{1{,}33} \end{aligned}$$

En essayant quelques valeurs pour n_r, on constate que si $n_r = 1$, on obtient le plus petit λ :

$$\lambda_{min} = \arcsin\frac{1}{1{,}33} = 48{,}6° > \theta_i$$

Donc quoi qu'il arrive, on a $\theta_i < \lambda$: le rayon réfracté existera toujours et il n'y aura pas de réflexion totale.

$$Que\ vaut\ \frac{n_1}{n_2}?$$

$\theta_1 \simeq 27°$ et $\theta_2 \simeq 56°$ par mesure

$$\begin{aligned} n_1 \sin\theta_1 &= n_2 \sin\theta_2 \quad | \div n_2 \cdot \sin\theta_1 \\ \frac{n_1}{n_2} &= \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} \\ &= \frac{\sin 56°}{\sin 27°} \\ &\simeq 1{,}8 \end{aligned}$$

Résolution géométrique : identique à exercice 16b

Exercice 135 Un oiseau vole à 80 m au-dessus du bord droit d'un lac dont la largeur est 100 m. Le bord gauche du lac est surplombé d'une falaise verticale de 50m.
Un homme couché sur le bord de la falaise regarde le reflet de l'oiseau dans le lac.
Un poisson qui se trouve à 10m de profondeur voit l'oiseau sous un angle de 22° par rapport à la verticale.
1. Sous quel angle avec l'horizontal l'homme voit-il le reflet de l'oiseau ?
2. A quelle distance du bord droit du lac se trouve le poisson ?

1. Le lac se comporte comme un miroir dans ce cas si bien que le schéma à l'échelle est :

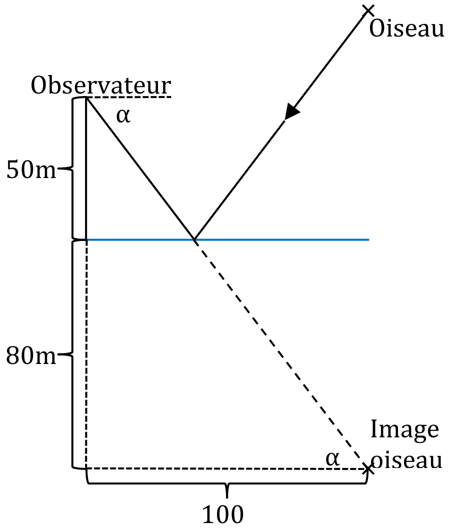
Résolution graphique :

Construction à l'échelle, puis mesure de :

$$\alpha \simeq 52°$$

Résolution algébrique :

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{130}{100} \\ \alpha &= \arctan\frac{130}{100} \\ &\simeq 52° \end{aligned}$$



2. Ce problème se résout difficilement par construction à cause des proportions : le poisson est à 10m de profond tandis que l'oiseau vole à 80m…

Résolution algébrique :
Le rayon qui part de l'oiseau est dévié par réfraction au passage du dioptre, ensuite il atteint le poisson avec un angle de 22° par rapport à la verticale, donc $\Theta_r = 22°$.

Selon le schéma ci-contre, on aimerait trouver x, soit $y + z$

Calcul de y :

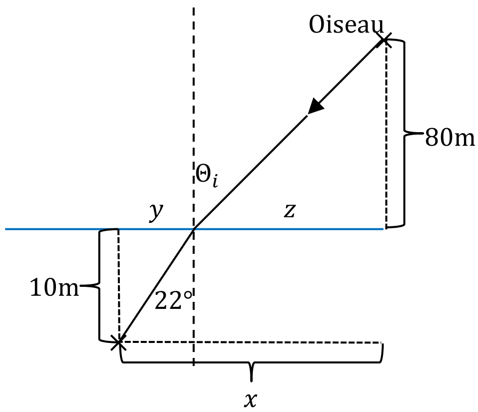
$$\begin{aligned} \tan 22° &= \frac{y}{10} \\ y &= 10\tan 22° \\ &\simeq 4{,}04\ m \end{aligned}$$

Pour calculer z, il faut d'abord trouver Θ_i :

$$\begin{aligned} n_{air}\sin\Theta_i &= n_{eau}\sin 22° \qquad |n_{air} = 1\ et\ n_{eau} = 1{,}33 \\ \Theta_i &= \arcsin(1{,}33 \cdot \sin 22°) \\ &\simeq 30° \end{aligned}$$

Calcul de z :

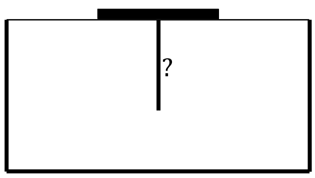
$$\begin{aligned} \tan 30° &= \frac{z}{80} \\ z &= 80\tan 30° \\ &\simeq 46{,}19\ m \end{aligned}$$



D'où :

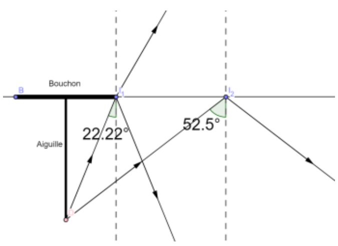
$$x = y + z \simeq 50m$$

Exercice 136 Un bouchon de liège circulaire flotte à la surface d'un récipient opaque à la lumière, rempli d'eau à ras-bord. Le diamètre du bouchon est de 6cm. On enfonce une aiguille verticalement par le centre du bouchon, si bien que la pointe de l'aiguille soit dans l'eau.

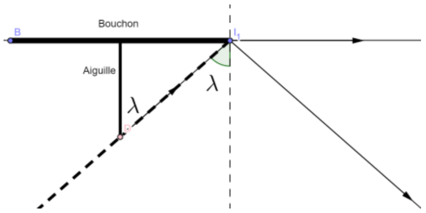


1. Combien de centimètres peut-on enfoncer l'aiguille sous l'eau sans qu'on puisse la voir, quelles que soient la position de l'observateur et celle du bouchon. (On néglige l'enfoncement du bouchon dans l'eau.)
2. Si on remplace l'eau par un liquide tel que $n_{liquide} > n_{eau}$, pourra-t-on enfoncer davantage l'aiguille avant de la voir ? Répondre par raisonnement, sans calcul.

1. Pour que le bout de l'aiguille ne soit pas visible quelle que soit la position de l'observateur, il faut qu'aucun rayon partant de l'aiguille ne puisse traverser le dioptre. Donc il faut que tous les angles d'incidence soient supérieurs à l'angle limite de réfraction :
$\lambda = \arcsin\frac{n_r}{ni} \simeq 48{,}6°$
Ci-contre, on voit qu'un des rayons subit une réflexion totale car $\Theta_{i,2} = 52{,}5° > \lambda$
En revanche, le rayon qui passe à ras du bouchon est réfracté car $\Theta_{i,1} = 22{,}22° < \lambda$



On constate également que plus le rayon est proche du bouchon plus son angle d'incidence sera petit et donc plus le rayon aura de chance de sortir de l'eau. Il faut donc s'assurer que le rayon à ras du bouchon ne puisse pas sortir. Le cas limite est obtenu si $\Theta_i = \lambda$



L'angle limite de réfraction se retrouve dans le triangle rectangle : on a

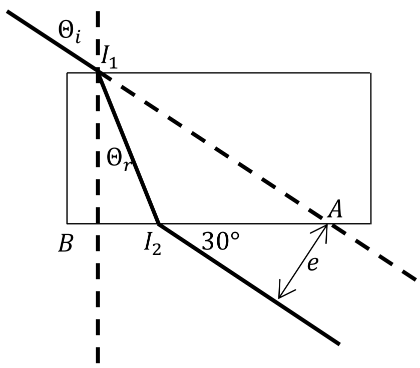
$$\tan\lambda = \frac{\text{Rayon du bouchon}}{\text{Longueur de l'aiguille}} \Rightarrow \tan 48{,}6 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{\tan 48{,}6} \simeq 2{,}6\ cm$$

On peut enfoncer l'aiguille environ 2,6 cm sans qu'on la puisse la voir.

2. Oui, car si on augmente l'indice de réfraction du liquide, le rayon réfracté sera plus dévié (plus grande différence entre les deux indices de réfraction). Ainsi l'angle limite de réfraction diminue et on peut avoir un plus petit angle d'incidence sans réfraction. En enfonçant davantage l'aiguille, on diminue l'angle d'incidence, ce qui sera compensé par la diminution de l'angle limite de réfraction.

Exercice 137 On considère un rayon incident (dans l'air) sur une vitre de verre de 5mm d'épaisseur, tel que l'angle d'incidence soit de 60°. Un rayon sera réfracté dans le verre et servira de rayon incident pour le dioptre verre-air. Un rayon réfracté sortira de la vitre.

1. Lequel des deux schémas pourraient correspondre à la situation du point de vue de la déviation des rayons ? Justifie.



Le schéma de gauche est correct, car le rayon est plus proche du dioptre lorsque la vitesse de la lumière est grande dans le milieu, donc lorsque l'indice de réfraction est petit. Or $n_{air} < n_{eau}$

2. Pourquoi le rayon incident initial (dans l'air) et le rayon réfracté final (dans l'air) sont-ils parallèles ?

   Car les indices de réfraction des deux dioptres sont les mêmes et que les dioptres sont parallèles. Ainsi $\Theta_{r_1} = \Theta_{i_2}$ et on a pour les deux dioptres, la même équation de Snell-Descartes, avec inversion des milieux d'incidence et de réfraction. On trouve donc $\Theta_{r_2} = \Theta_{i_1}$

3. Calcule la distance AI_2

$\tan\Theta_i = \frac{AB}{BI_1} \Rightarrow AB = 5 \cdot \tan 60$	$\begin{aligned} n_i \sin\Theta_i &= n_r \sin\Theta_r \\ 1 \cdot \sin 60 &= 1{,}5 \sin\Theta_r \\ \sin\Theta_r &= \frac{\sin 60}{1{,}5} \\ \Theta_r &= \arcsin\frac{\sin 60}{1{,}5} \end{aligned}$	$\tan\Theta_r = \frac{BI_2}{BI_1} \Rightarrow BI_2 = 5 \cdot \tan\left(\arcsin\left(\frac{\sin 60}{1{,}5}\right)\right)$

   Donc $AI_2 = AB - BI_2 = 5 \cdot \tan 60 - 5 \cdot \tan\left(\arcsin\left(\frac{\sin 60}{1{,}5}\right)\right) \simeq 5{,}1\ mm$

4. Calcule la distance e.

   Pour la 2e réflexion $\Theta_r = 60°$ car le rayon sort du verre parallèlement à son entrée

   D'où

$$\begin{aligned} \sin 30 &= \frac{e}{AI_2} \\ e &= 5{,}1 \cdot \sin 30 \\ &\simeq 2{,}6\ mm \end{aligned}$$

4.4 Lentille

Exercice 138 Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifie lorsque c'est faux.

1. Une lentille à bord mince est convergente. **Vrai**

2. Tous les rayons qui traversent une lentille convergente sont déviés. **Faux, les rayons qui passent par le centre optique ne sont pas déviés.**

3. Le foyer d'une lentille est en son centre. **Faux, c'est le centre optique qui se trouve au centre de la lentille.**

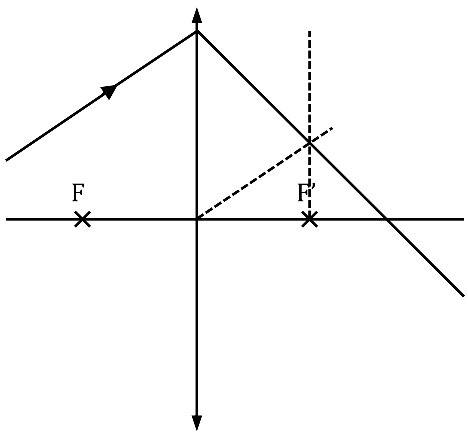
4. Le foyer image d'une lentille convergente est à droite de la lentille. **Faux, si l'objet est placé à droite de la lentille le foyer image sera à gauche de celle-ci.**

5. L'image obtenue par une lentille convergente est réelle et renversée si l'objet est placé plus loin de la lentille que le foyer objet. **Vrai**

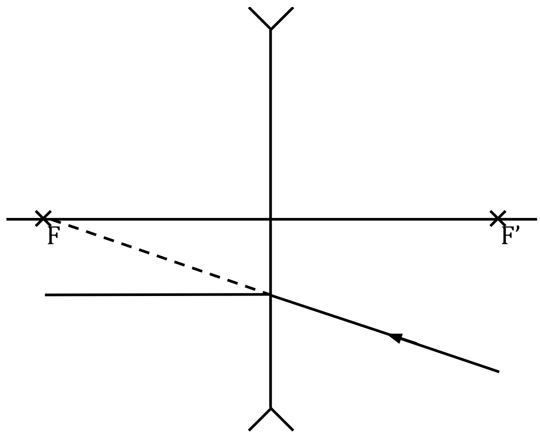
6. En éloignant suffisamment un objet, on obtient une image réelle à l'aide d'une lentille divergente. **Faux, à partir d'un objet (réel), une lentille divergente donne toujours des images virtuelles**

Exercice 139 Trace le chemin du rayon lumineux

1.

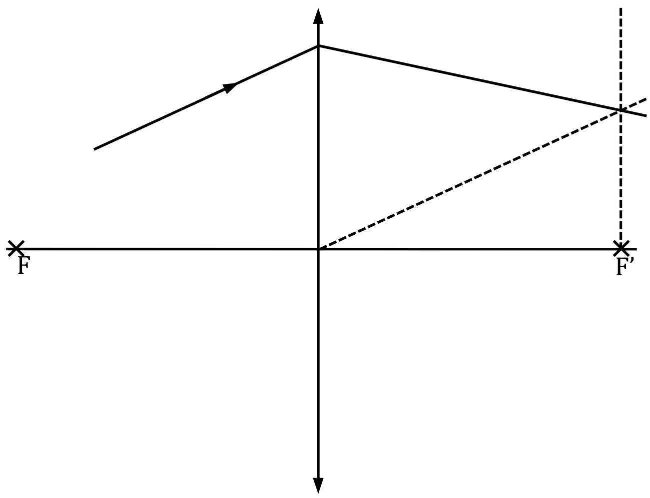


2.

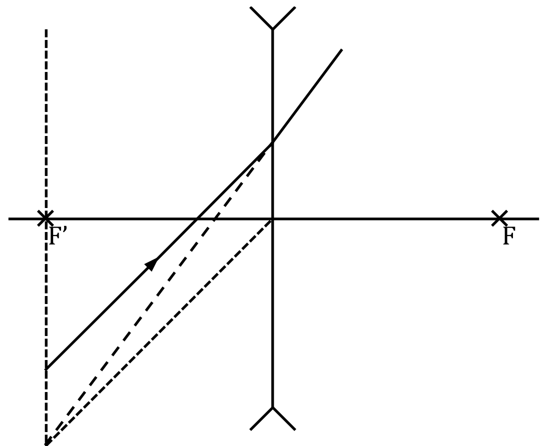


Distance focale : -3 cm

3.



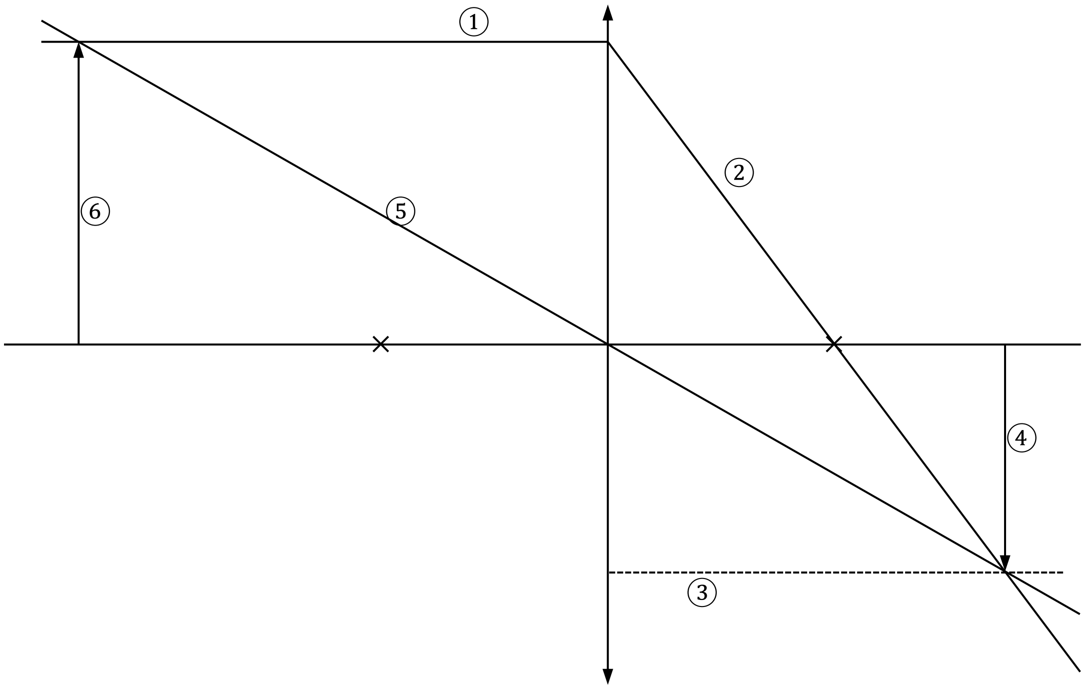
4.



Distance focale : -3 cm

Exercice 140 Trouver par construction la position d'un objet de 4 cm si son image réelle, par une lentille dont la distance focale est de 3 cm, a une hauteur de 3 cm.

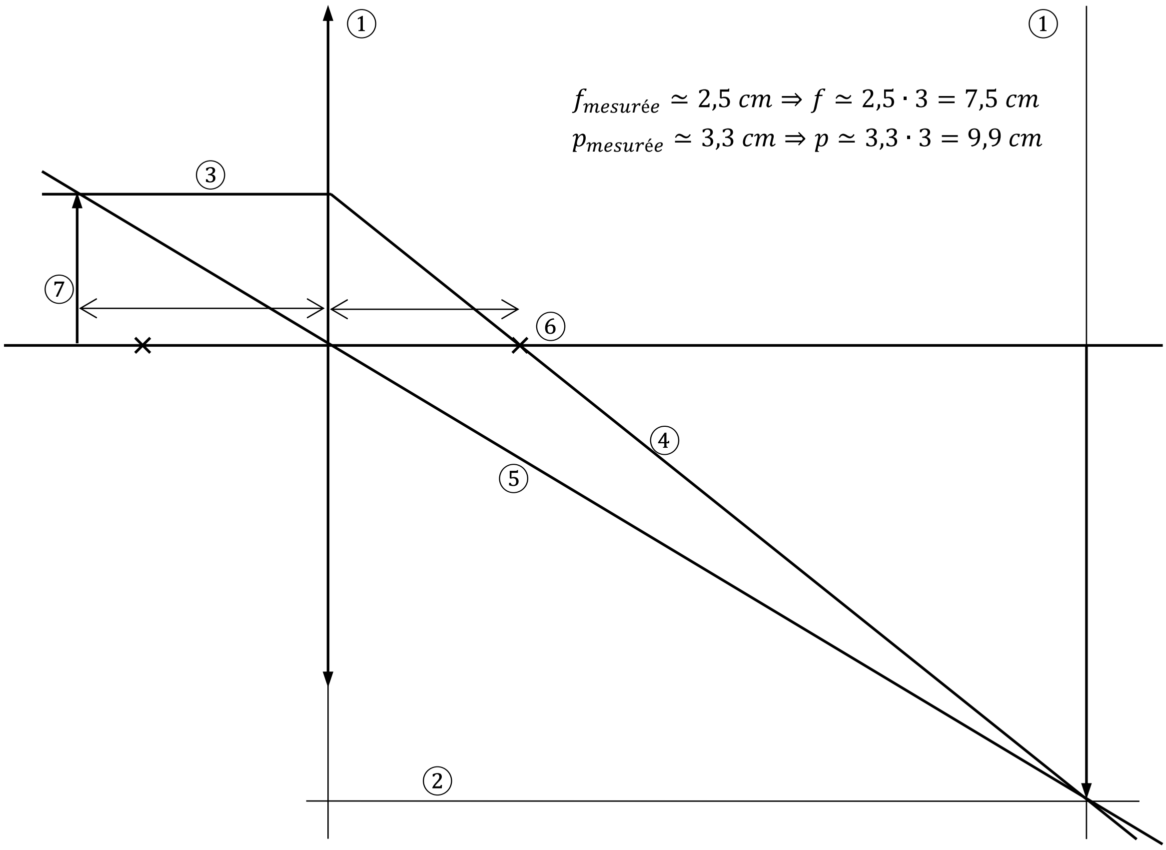
Comme l'image est réelle, la lentille est forcément convergente et l'image renversée, avec une disposition O – L – I



Exercice 141 Un objet de 6 cm donne une image de 18 cm sur un écran situé à 30 cm de la lentille. Détermine d'abord par construction la distance focale de la lentille, puis vérifie par calcul.

Analyse du problème : L'image est réelle ($p' > 0$), car produite sur un écran, donc la lentille est convergente ($f > 0$) et l'image renversée ($g' < 0$), avec une disposition O – L – I

Construction à l'échelle 1:3.



Par calcul :

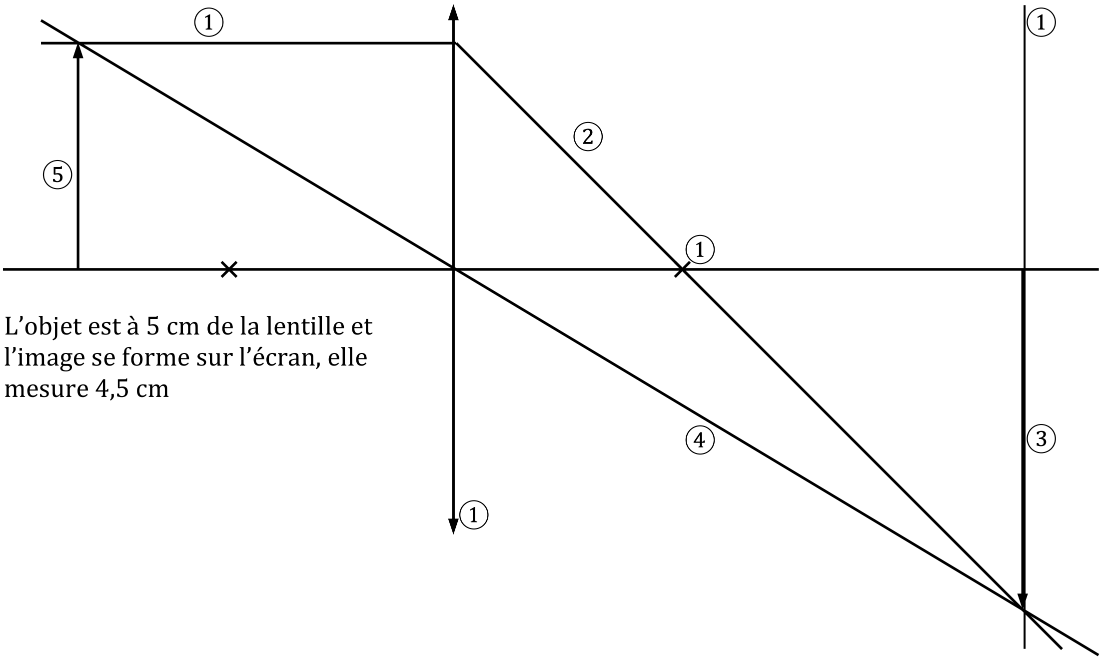
On a $p' = 30\ cm, g = 6\ cm, g' = -18\ cm$

$$\begin{aligned} \frac{p}{p'} &= \frac{-g}{g'} \\ \frac{p}{30} &= \frac{-6}{-18} && |\cdot 30 \\ p &= 30 \cdot \frac{-6}{-18} \\ &= 10\ cm \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{10} + \frac{1}{30} && |Inverse \\ f &= \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30}\right)^{-1} \\ &= 7{,}5\ cm \end{aligned}$$

Exercice 142 Sur un écran placé à 7,5 cm d'une lentille de 3cm de distance focale, on désire projeter un objet de 3cm. Place l'objet et l'image par construction, puis vérifie par calcul ta solution graphique.

Analyse du problème : L'image est réelle ($p' > 0$), car produite sur un écran, donc la lentille est convergente ($f > 0$) et l'image renversée ($g' < 0$), avec une disposition O – L – I



L'objet est à 5 cm de la lentille et l'image se forme sur l'écran, elle mesure 4,5 cm

Par calcul :

On a $p' = 7{,}5\ cm, g = 3\ cm, f = 3\ cm$

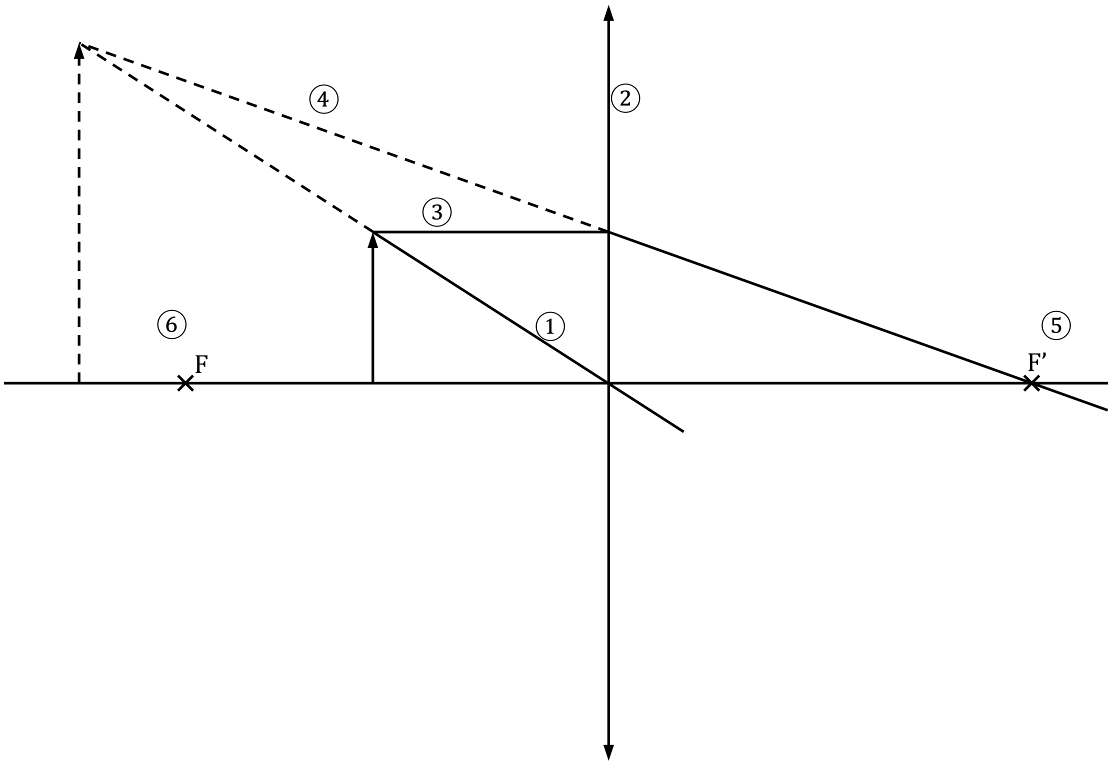
$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \\ \frac{1}{3} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{7{,}5} && \left| -\frac{1}{7{,}5} \right. \\ \frac{1}{p} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{7{,}5} && |Inverse \\ &= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7{,}5}\right)^{-1} \\ &= 5\ cm \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{g'}{g} &= \frac{-p'}{p} \\ \frac{g'}{3} &= \frac{-7{,}5}{5} && |\cdot 3 \\ g' &= 3 \cdot \frac{-7{,}5}{5} \\ &= -4{,}5\ cm \end{aligned}$$

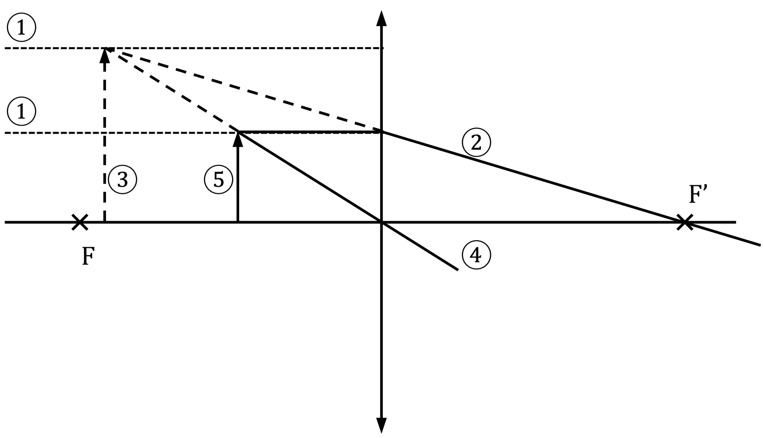
Exercice 143 Complète ce tableau pour lentille convergente en marquant « droite » ou « renversée » dans les cases correctes des 2 premières colonnes et d'une croix les cases correctes des 3 dernières colonnes

	Image virtuelle	Image réelle	$\lvert g'\rvert > \lvert g\rvert$	$\lvert g'\rvert = \lvert g\rvert$	$\lvert g'\rvert < \lvert g\rvert$
$p < f$	Droite		x		
$p = f$	Droite	Renversée	x	En réalité, il n'y a pas d'image, les rayons à la sortie de la lentille sont parallèles. On peut cependant considérer que les images sont rejetées à l'infini et de taille infinie	
$f < p < 2f$		Renversée	x		
$p = 2f$		Renversée		x	
$p > 2f$		Renversée			x

Exercice 144 La flèche A'B' est l'image virtuelle de la flèche lumineuse AB produite par une lentille. Dessine sur la figure cette lentille et ses foyers.



Exercice 145 Au moyen d'une lentille L dont $|f| = 4\ cm$, on désire obtenir d'un objet lumineux AB de 12 mm de hauteur une image virtuelle A'B' de hauteur égale à 23 mm. Représente graphiquement ce montage optique, puis vérifie-le algébriquement.



1. L'image est virtuelle ($p' < 0$), il peut s'agir soit d'une lentille convergente, soit divergente.
2. L'image est plus grande que l'objet, cela signifie que la lentille est convergente ($f > 0$).
3. L'image est droite ($g' > 0$) car l'image est virtuelle.
4. La disposition est I – O – L

Solution algébrique :

$f = 4cm$: lentille convergente,
$p = ?$, $g = 12mm$
$p' = ?$ $g' = 23mm$

$$
\begin{aligned}
&① & \frac{\boldsymbol{p'}}{\boldsymbol{p}} &= \frac{-g'}{g} \\
& & \frac{\boldsymbol{p'}}{\boldsymbol{p}} &= \frac{-23}{12} && |\cdot p \\
&③ & \boldsymbol{p'} &= \frac{-23p}{12} && |④ \rightarrow ③ \\
& & &= \frac{-23\cdot\frac{440}{23}}{12} \\
& & &= \frac{-440}{12} \\
& & &\simeq -36{,}7\ mm
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&② & \frac{1}{f} &= \frac{1}{\boldsymbol{p}}+\frac{1}{\boldsymbol{p'}} && |③ \rightarrow ② \\
& & \frac{1}{40} &= \frac{1}{\boldsymbol{p}}+\frac{1}{\left(\frac{-23\boldsymbol{p}}{12}\right)} && |\cdot 40p \\
& & p &= 40-\frac{40}{\frac{23}{12}} \\
& & p &= 40-40\cdot\frac{12}{23} \\
& & &= \frac{440}{23} && ④ \\
& & &\simeq 19{,}1\ mm
\end{aligned}
$$

Exercice 146 Une image de 6 cm est obtenue à l'aide d'une lentille divergente de 8 cm de focale. On sait que l'objet est placé à 12 cm du centre optique. Détermine algébriquement ce système puis complète la phrase.

Analyse du problème : L'image est virtuelle ($p' < 0$), car la lentille est divergente ($f < 0$) ; donc l'image est droite ($g' > 0$), avec une disposition O – I – L

$g' = 6\ cm$: image droite avec une lentille divergente, $p = 12\ cm$ et $f = -8\ cm$: lentille divergente

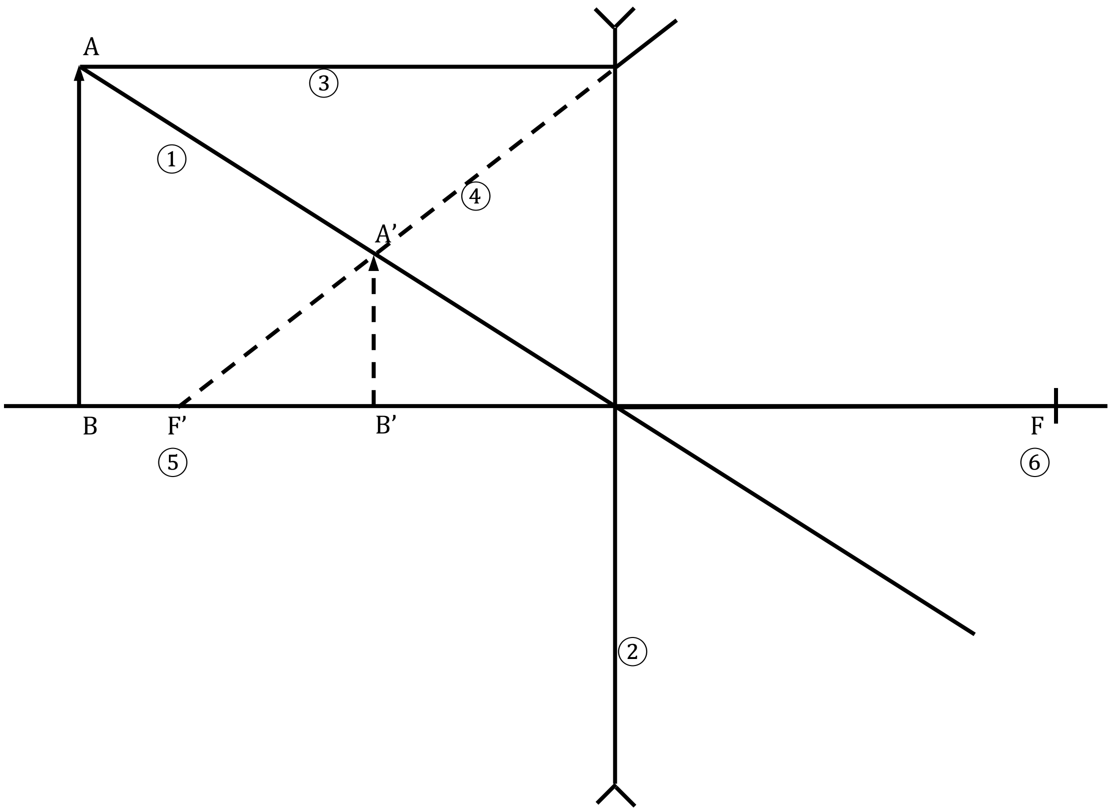
$$
\begin{aligned}
\frac{1}{f} &= \frac{1}{p}+\frac{1}{\boldsymbol{p'}} \\
\frac{1}{-8} &= \frac{1}{12}+\frac{1}{\boldsymbol{p'}} \\
\frac{1}{\boldsymbol{p'}} &= \frac{-1}{8}-\frac{1}{12} \\
p' &= \left(\frac{-1}{8}-\frac{1}{12}\right)^{-1} \\
&= -4{,}8\ cm
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\boldsymbol{g}}{g'} &= \frac{-p}{p'} \\
\frac{\boldsymbol{g}}{6} &= \frac{-12}{-4{,}8} \\
\boldsymbol{g} &= 6\cdot\frac{-12}{-4{,}8} \\
&= 15\ cm
\end{aligned}
$$

$p' = -4{,}8\ cm$: L'image est virtuelle et à 4,8 cm de la lentille
$g = 15\ cm$: L'objet est droit et mesure 15 cm

L'objet droit de 15 cm est placé à 12 cm du centre optique ; l'image de 6 cm est droite et virtuelle , elle est placée à 4,8 cm du centre optique.

Exercice 147 La flèche A'B' est l'image virtuelle de la flèche lumineuse AB produite par une lentille. Dessine sur la figure cette lentille et ses foyers.



Exercice 148 A l'aide d'une lentille de 10 cm de distance focale, on veut obtenir sur un écran une image de 12cm d'un objet de 8cm. Détermine algébriquement ce système puis complète la phrase.

Analyse du problème : L'image est réelle ($p' > 0$), car elle se forme sur un écran ; donc la lentille est convergente ($f > 0$) ; donc l'image est renversée ($g' < 0$), avec une disposition O – L – I

$g' = -12\ cm$, $g = 8\ cm$ et $f = 10\ cm$

$$\begin{aligned}
① \quad \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}'} &= \frac{-g}{g'} \\
\frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}'} &= \frac{-8}{-12} \\
\boldsymbol{p} &= \frac{-8\boldsymbol{p}'}{-12} \\
&= \frac{2\boldsymbol{p}'}{3} \quad ③ \\
④ \rightarrow ③ \quad &= \frac{2 \cdot 25}{3} \\
&\simeq 16{,}7\ cm
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
② \quad \frac{1}{f} &= \frac{1}{\boldsymbol{p}} + \frac{1}{\boldsymbol{p}'} \\
③ \rightarrow ② \quad \frac{1}{10} &= \frac{1}{\frac{2\boldsymbol{p}'}{3}} + \frac{1}{\boldsymbol{p}'} \quad | \cdot 10p' \\
\boldsymbol{p}' &= \frac{10}{\frac{2}{3}} + 10 \\
&= 25\ cm \quad ④
\end{aligned}$$

L'objet droit de 8 cm est placé à 16,7 cm du centre optique ; l'image de 12 cm est réelle et renversée, elle est placée à 25 cm du centre optique ; l'écran est placé à 25 cm du centre optique.

Exercice 149 On a projeté une diapositive de 36x24mm de sorte que l'image ait 1,8x1,2m pour grandeur.

1. La lentille utilisée est :
   Convergente : l'image est sur un écran, donc réelle, donc la lentille doit être convergente.

2. On se trouve alors dans la situation :
   $|g'| > |g|$ et image réelle : donc on a $|\boldsymbol{2f}| > |\boldsymbol{p}| > |\boldsymbol{f}|$

Exercice 150 A l'aide d'une lentille, on obtient d'un objet de 4cm une image de 6cm.

1. Quel type de lentille a-t-on utilisé ?
   Convergente : car $|g'| > |g|$
2. L'image est :
   Elle peut être soit réelle, soit virtuelle.

Exercice 151 Un système de deux lentilles comporte une lentille convergente L_1 de focale $f_1 = +30\ mm$ et une lentille divergente L_2 de focale $f_2 = -20\ mm$. Les centres optiques O_1 et O_2 de ces deux lentilles sont distants de $90\ mm$.
Un objet lumineux A_1B_1, de $8\ mm$ de hauteur, est situé à $40\ mm$ de O_1 (A_1, O_1 et O_2 sont alignés dans cet ordre).

1. Sur une figure, à l'échelle 1:1, construire l'image $A_2'B_2'$ de l'objet A_1B_1 produite par ce système de lentilles.
2. Vérifier par calcul les résultats graphiques.
3. Ce système a produit une image virtuelle et droite de 48 mm à partir de l'objet lumineux A_1B_1.

Pour des raisons de mise en page, je commence par le point n°2.
La résolution se déroule en 2 étapes :

Etape 1 : Autour de la 1ère lentille :

1.
$$\begin{aligned}
\frac{1}{f_1} &= \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \\
\frac{1}{30} &= \frac{1}{40} + \frac{1}{p_1'} \quad | -\frac{1}{300} \\
\frac{1}{30} - \frac{1}{40} &= \frac{1}{p_1'} \quad | inverse \\
p_1' &= \frac{1}{\frac{1}{30} - \frac{1}{40}} \\
&= 120\ mm \\
&= L_1L_2 - p_2
\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}
\frac{g_1'}{g_1} &= -\frac{p_1'}{p_1} \\
\frac{g_1'}{8} &= -\frac{120}{40} \\
g_1' &= -24\ mm \\
&= g_2
\end{aligned}$$

Etape 2 : Autour de la 2e lentille :

$f_2 = -20\ mm$, négative car la lentille est divergente.

$$\begin{aligned}
p_2 &= L_1L_2 - p_1' \\
&= 90 - 120 \\
&= -30\ mm
\end{aligned}$$

L'objet est donc virtuel.

1.
$$
\begin{aligned}
\frac{1}{f_2} &= \frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'} \\
\frac{1}{-20} &= \frac{1}{-30}+\frac{1}{p_2'} \quad \left|+\frac{1}{60}\right. \\
\frac{-1}{20}+\frac{1}{30} &= \frac{1}{p_2'} \quad |inverse \\
p_2' &= \frac{1}{\frac{-1}{20}+\frac{1}{30}} \\
&= -60\ mm
\end{aligned}
$$

2.
$$
\begin{aligned}
\frac{g_2'}{g_2} &= -\frac{p_2'}{p_2} \\
\frac{g_2'}{-24} &= -\frac{-60}{-30} \\
g_2' &= 48\ mm
\end{aligned}
$$

L'image produite mesure 48 mm, elle est virtuelle et droite. Elle se forme à 60 mm avant la 2e lentille.

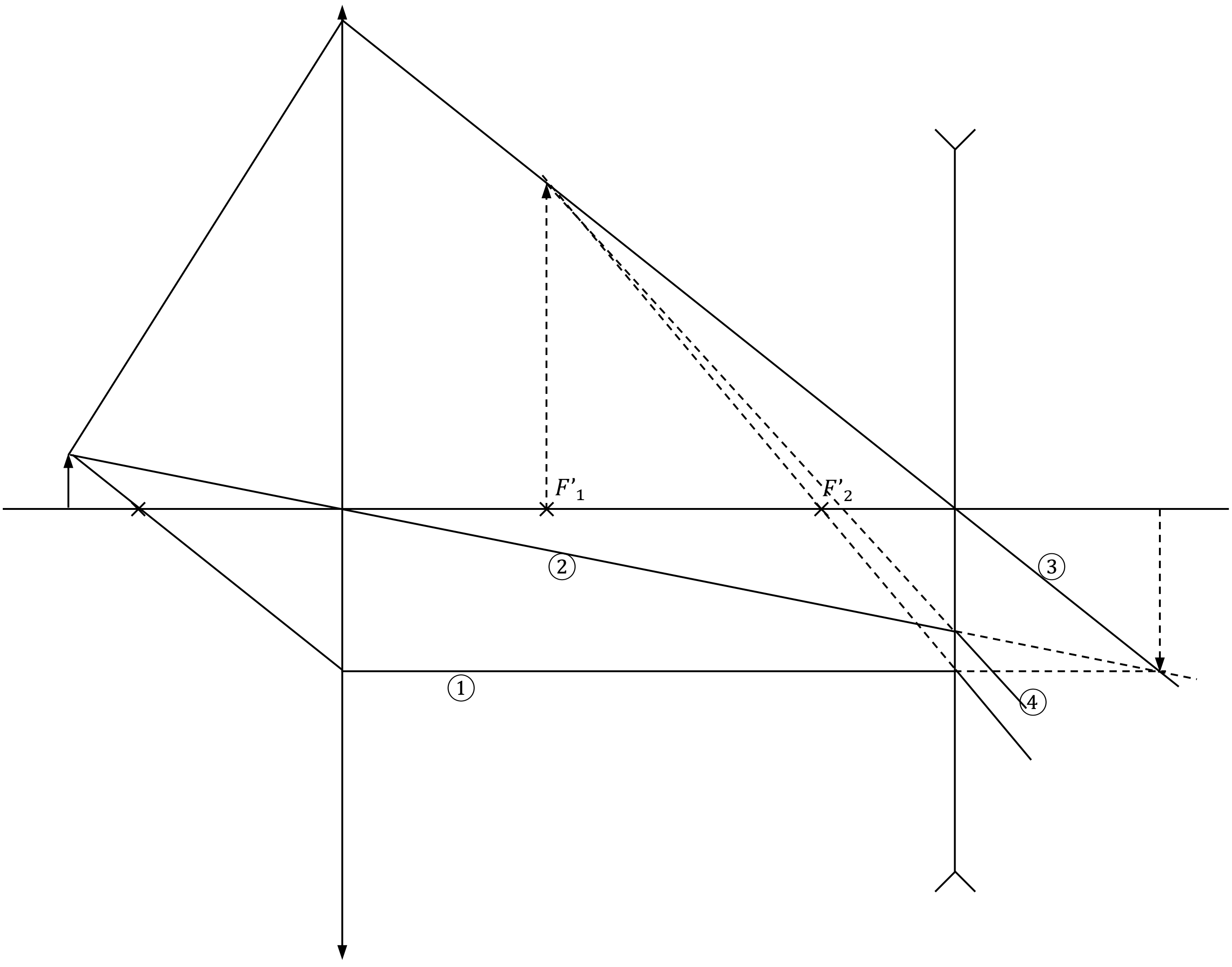
Méthode : Utiliser les rayons principaux pour les <u>deux</u> lentilles !

1. Rayon passant par le foyer objet et ressortant parallèle à l'axe principal. Ainsi, il sera dévié comme s'il venait du foyer image par la lentille divergente.

2. Rayon passant par le centre optique de la lentille convergente. Il n'est pas dévié. C'est un rayon quelconque arrivant sur la lentille divergente… Ce n'est pas nécessaire de construire le rayon dévié.
   On se rend compte que les deux rayons se croiseraient après la lentille divergente (si elle n'existait pas). Ce qui signifie que l'image est virtuelle et l'objet pour la lentille divergente également.

3. On peut dessiner le rayon qui passe par le centre optique de la lentille divergente. Ce rayon n'est pas dévié et doit former la 1ère image virtuelle au-delà de la lentille divergente. On trace ce rayon en partant de la lentille convergente. Ce rayon provenait de l'objet, on peut donc tracer son début de chemin.

4. L'intersection de ce dernier rayon et de la prolongation du rayon construit en 1. donne le sommet de l'image finale.
   On peut finalement compléter le rayon quelconque du point 2., en sachant qu'il participe à l'image finale.

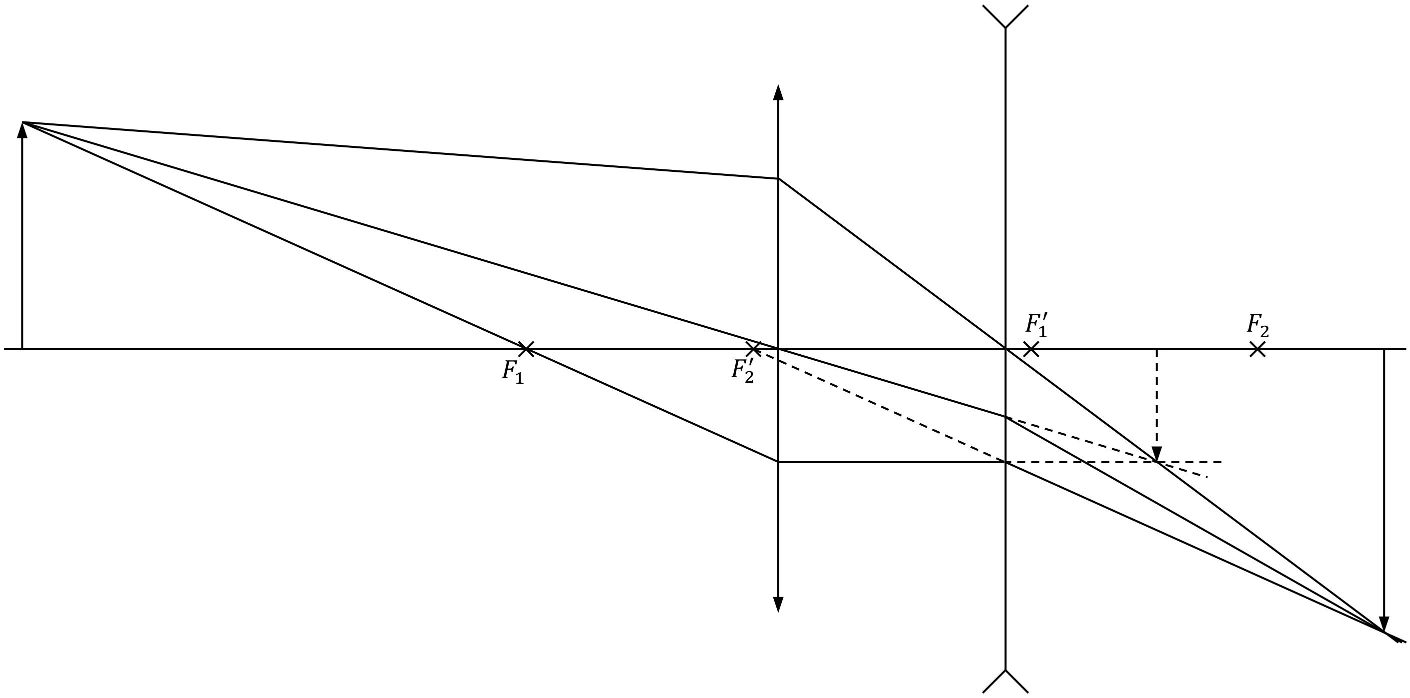


Exercice 152 Un système comporte une lentille convergente L_1 de focale $f_1 = +100\ mm$ et une lentille divergente L_2 de focale $f_2 = -100\ mm$. Les centres optiques O_1 et O_2 de ces deux lentilles sont distants de 90 mm.
Un objet lumineux A_1B_1 de 90 mm de hauteur est situé à 300 mm de O_1 (A_1, O_1 et O_2 sont alignés dans cet ordre).
1. Sur une figure, à l'échelle 1:3, construire l'image $A_2'B_2'$ de l'objet A_1B_1 produite par ce système de lentilles.
2. Vérifier par calcul les résultats graphiques.
3. Ce système a produit une image réelle et renversée de 112,5 mm à partir de l'objet lumineux A_1B_1.

Méthode : Utiliser les rayons principaux pour les deux lentilles !

1. Rayon passant par le foyer objet et ressortant parallèle à l'axe principal. Ainsi, il sera dévié comme s'il venait du foyer image par la lentille divergente.
2. Rayon passant par le centre optique de la lentille convergente. Il n'est pas dévié. C'est un rayon quelconque arrivant sur la lentille divergente… Ce n'est pas nécessaire de construire le rayon dévié.
   On se rend compte que les deux rayons se croiseraient après la lentille divergente (si elle n'existait pas). Ce qui signifie que l'image est virtuelle et l'objet pour la lentille divergente également.
3. On peut dessiner le rayon qui passe par le centre optique de la lentille divergente. Ce rayon n'est pas dévié et doit former la 1ère image virtuelle au-delà de la lentille divergente. On trace ce rayon en partant de la lentille convergente. Ce rayon provenait de l'objet, on peut donc tracer son début de chemin.

   L'intersection de ce dernier rayon et de la prolongation du rayon construit en 1. donne le sommet de l'image finale.
4. On peut finalement compléter le rayon quelconque du point 2., en sachant qu'il participe à l'image finale.



La résolution se déroule en 2 étapes :

Etape 1 : Autour de la 1ère lentille :

1.
$$\begin{aligned}
\frac{1}{f_1} &= \frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'} \\
\frac{1}{100} &= \frac{1}{300}+\frac{1}{p_1'} && \Big| -\frac{1}{300} \\
\frac{1}{100}-\frac{1}{300} &= \frac{1}{p_1'} && \Big| inverse \\
p_1' &= \frac{1}{\frac{1}{100}-\frac{1}{300}} \\
&= 150\ mm \\
&= L_1L_2 - p_2
\end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned}
\frac{g_1'}{g_1} &= -\frac{p_1'}{p_1} \\
\frac{g_1'}{90} &= -\frac{150}{300} \\
g_1' &= -45\ mm \\
&= g_2
\end{aligned}$$

Etape 2 : Autour de la 2e lentille :

$f_2 = -100\ mm$, négative car la lentille est divergente.

$$\begin{aligned} p_2 &= L_1L_2 - p_1' \\ &= 90 - 150 \quad \text{L'objet est donc virtuel.} \\ &= -60\ mm \end{aligned}$$

1.

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \\ \frac{1}{-100} &= \frac{1}{-60} + \frac{1}{p_2'} \quad \Big| + \frac{1}{60} \\ \frac{-1}{100} + \frac{1}{60} &= \frac{1}{p_2'} \quad |inverse \\ p_2' &= \frac{1}{\frac{-1}{100} + \frac{1}{60}} \\ &= 150\ mm \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{g_2'}{g_2} &= -\frac{p_2'}{p_2} \\ \frac{g_2'}{-45} &= -\frac{150}{-60} \\ g_2' &= -112{,}5\ mm \end{aligned}$$

L'image produite mesure 112,5 mm, elle est réelle et renversée. Elle se forme à 150 mm après la 2e lentille.

Pour vérifier graphiquement, il faut diviser par 3 chaque valeur trouvée algébriquement.

Exercice 153 Une lunette astronomique est constituée par le système de lentilles comprenant :
- l'objectif L_1 de 150mm de distance focale,
- l'oculaire L_2 de 50mm de distance focale.

On oriente cette lunette dans la direction d'un pylône A_1B_1 de 32m de hauteur, situé à 300m du centre optique O_1 de l'objectif. La distance $L_1L_2 = 200mm$.

1. A quelle distance de O_1 se trouve l'image $A'_1B'_1$ produite par la lentille L_1 ?

$$f_1 = 150mm, p_1 = 300'000mm, g_1 = 32000mm$$

$$p_1' = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}} = \frac{1}{\frac{1}{150} - \frac{1}{300000}} = 150{,}075mm$$

L'image se formera à environ $150mm$ de L_1.

2. Quelle est la hauteur de $A'_1B'_1$?

$$g_1' = -g_1\frac{p_1'}{p_1} = -32000\frac{150{,}075}{300000} = -16{,}008mm$$

La hauteur de $A'_1B'_1$ est d'environ $16mm$.

3. Ce système a produit une image virtuelle et renversée de 10'667 mm à partir du pylône de 32m.

$$f_2 = 50mm, p_2 = L_1L_2 - p_1' = 200 - 150{,}075 = 49{,}925mm, g_2 = g_1' = -16{,}008mm$$

$$\begin{cases} p_2' = \dfrac{1}{\frac{1}{50} - \frac{1}{49{,}925}} = -33'266{,}67mm \\ g_2' = +16{,}008 \cdot \dfrac{-33'266{,}67}{49{,}925} = -10'666{,}66mm \end{cases}$$

4. Pourquoi a-t-on l'impression que l'image est plus grande que le pylône lorsqu'on utilise ce système ?

L'impression de grandeur est donnée par l'angle sous lequel on voit l'objet ou l'image. Plus cet angle est grand, plus on a l'impression que l'objet/l'image est grand.

Angle sous lequel on voit l'objet :

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{g_1}{p_1} \\ \alpha &= \arctan\frac{g_1}{p_1} \\ &= \arctan\frac{32'000}{300'000} \\ &\simeq 6° \end{aligned}$$

Angle sous lequel on voit l'image :

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \frac{g_2'}{p_2'} \\ \beta &= \arctan\frac{g_2'}{p_2'} \\ &= \arctan\frac{-10'666{,}66}{-33'266{,}67} \\ &\simeq 18° \end{aligned}$$

L'image apparait 3x plus grande que l'objet.

5. $G = \frac{\beta}{\alpha} \simeq \frac{18}{6} = 3$

Exercice 154 Une lunette de Galilée est constituée par le système de lentilles comprenant :

- l'objectif L_1 de 300mm de distance focale
- l'oculaire L_2 de -100mm de distance focale

On oriente cette lunette dans la direction d'un arbre AB de 30m de hauteur, situé à 300m du centre optique O_1 de l'objectif. La distance $L_1L_2 = 160mm$.

1. A quelle distance de O_1 se trouve l'image $A'_1B'_1$ produite par la lentille L_1 ?

ou

$$f_1 = 300mm, p_1 = 300'000mm, g_1 = 30000mm$$

$$p_1' = \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}} = \frac{1}{\frac{1}{300} - \frac{1}{300000}} \simeq 300{,}3mm$$

L'image se formera à environ $300mm$ de L_1.

$p_1 = 300'000mm$ très grand face à $f_1 = 300mm$, l'image se formera pratiquement sur F', soit

$$p'_1 = 300mm,$$

2. Quelle est la hauteur de $A'_1B'_1$?

ou

$$g_1' = -g_1\frac{p_1'}{p_1} \simeq -30000\frac{300{,}3}{300000} \simeq -30{,}03mm$$

La hauteur de $A'_1B'_1$ est d'environ $30mm$.

$$g_1' = -g_1\frac{p_1'}{p_1} \simeq -30000\frac{300}{300000} \simeq -30mm$$

3. Ce système a produit une image virtuelle et droite de 75 mm à partir de l'arbre de 30m.

$$f_2 = -100mm, p_2 = L_1L_2 - p_1' = 160 - 300{,}3 = -140{,}3mm, g_2 = g_1' \simeq -30{,}03mm$$

$$\begin{cases} p_2' = \dfrac{1}{\frac{1}{-100} - \frac{1}{-140{,}3}} \simeq -348{,}137mm \\ g_2' = -g_2\dfrac{p_2'}{p_2} \simeq +30{,}03 \cdot \dfrac{-348{,}1377}{-140{,}3} \simeq 74{,}52mm \end{cases}$$

4. Pourquoi a-t-on l'impression que l'image est plus grande que l'arbre lorsqu'on utilise ce système ?

L'impression de grandeur est donné par l'angle sous lequel on voit l'objet ou l'image. Plus cet angle est grand, plus on a l'impression que l'objet/l'image est grand.

Angle sous lequel on voit l'objet :

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \frac{g_1}{p_1} \\ \alpha &= \arctan\frac{g_1}{p_1} \\ &= \arctan\frac{30000}{300'000} \\ &\simeq 5{,}7° \end{aligned}$$

Angle sous lequel on voit l'image :

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \frac{g'_2}{|p'_2|} \\ \beta &= \arctan\frac{g'_2}{|p'_2|} \\ &= \arctan\frac{74{,}52}{348{,}137} \\ &\simeq 12{,}1° \end{aligned}$$

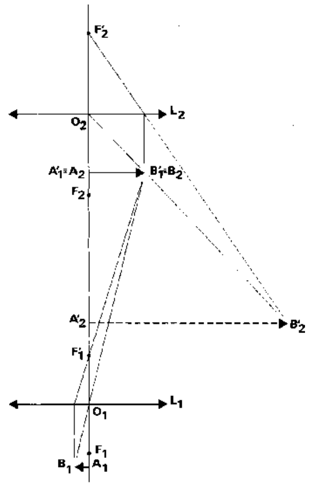
L'image apparait environ 2x plus grande que l'objet.

5. $$G = \frac{\beta}{\alpha} \simeq \frac{12{,}1}{5{,}7} = 2{,}1$$

Exercice 155 1. Par rapport à l'objectif, où doit être placé l'objet observé à l'aide d'un microscope ?
2. En déplaçant l'oculaire, comment rejeter à l'infini, l'image observée à l'aide d'un microscope ?

1. L'objectif L_1 a pour fonction de donner d'un petit objet lumineux A_1B_1 une image réelle $A'_1B'_1$ fortement agrandie.
Si l'image est réelle : $p_1 > f_1$
Pour que l'image soit le plus grand possible, $p_1 \gtrsim f_1$
Si p_1 est trop proche de f_1, alors la 1ère image est rejetée à l'inifini, donc au-delà de L_2, et devient un objet virtuel

2. Il faut que la 1ère image se forme sur le foyer de L_2, soit que $p'_1 + f_2 = L_1L_2$



Exercice 156 Les lunettes de Galilée et les longues-vues sont des lunettes dites « terrestres ». En analysant les propriétés des images produites par ces deux systèmes et celles des images d'une lunette astronomique, explique pourquoi ces deux systèmes sont adaptés à l'utilisation sur terre, contrairement à la lunette astronomique.

Les images produites par les lunettes de Galilée et les longues-vues sont droites par rapport à l'objet observé, tandis que celle produite par une lunette astronomique est renversée par rapport à l'objet, si bien qu'on voit à l'envers. Cela ne pose pas de problème pour l'observation d'un corps céleste, mais c'est peu pratique pour les objets terrestres.