D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} \quad = \quad \overrightarrow{\boldsymbol{OA}} + \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

➲ Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- Manipulons l'équation vectorielle…

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\boldsymbol{OP}} &= \overrightarrow{\boldsymbol{OA}} + \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \quad \mid -\overrightarrow{\boldsymbol{OA}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{OP}} - \overrightarrow{\boldsymbol{OA}} &= \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- Manipulons l'équation vectorielle…

Nanchen Raphaël, ECCG Monthey

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad \left| -\overrightarrow{OA} \right. \\ \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} &= \lambda\vec{d} \\ \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AO} &= \lambda\vec{d} \end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- ➲ Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- ➲ Manipulons l'équation vectorielle…

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad | -\overrightarrow{OA} \\
\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AO} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} &= \lambda\vec{d}
\end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- Manipulons l'équation vectorielle…

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad | - \overrightarrow{OA} \\
\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AO} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{AP} &= \lambda\vec{d}
\end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- Manipulons l'équation vectorielle… Nouvelle condition nécessaire et suffisante pour que P appartiennent à la droite :

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad | -\overrightarrow{OA} \\
\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AO} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} &= \lambda\vec{d} \\
\overrightarrow{AP} &= \lambda\vec{d}
\end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- Manipulons l'équation vectorielle… Nouvelle condition nécessaire et suffisante pour que P appartiennent à la droite :
  $\overrightarrow{AP}$ et le vecteur directeur $\vec{d}$ sont linéairement dépendant

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} &= \overrightarrow{\boldsymbol{OA}} + \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \quad \left| -\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}\right. \\
\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} - \overrightarrow{\boldsymbol{OA}} &= \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \\
\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} + \overrightarrow{\boldsymbol{AO}} &= \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \\
\overrightarrow{\boldsymbol{AO}} + \overrightarrow{\boldsymbol{OP}} &= \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \\
\overrightarrow{\boldsymbol{AP}} &= \boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}}
\end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE

- Condition nécessaire et suffisante pour qu'un point $P(x; y)$ appartiennent à la droite.
- Manipulons l'équation vectorielle… Nouvelle condition nécessaire et suffisante pour que P appartiennent à la droite :
  $\overrightarrow{AP}$ et le vecteur directeur $\vec{d}$ sont linéairement dépendant
  $\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AP}; \vec{d}\right) = 0$

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \mathbf{det}\left(\overrightarrow{AP}; \vec{d}\right) = \mathbf{0}$

D'OÙ VIENT L'ÉQUATION CARTÉSIENNE DE LA DROITE ?

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \mathbf{det}\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AP}};\vec{\boldsymbol{d}}\right)=\mathbf{0}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\boldsymbol{OP}} &= \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}+\boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \quad \Leftrightarrow \\ \mathbf{det}\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AP}};\vec{\boldsymbol{d}}\right) &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \mathbf{det}(\overrightarrow{AP};\vec{d}) = \mathbf{0}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow \\ \mathbf{det}(\overrightarrow{AP};\vec{d}) &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

➲ $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} x - a_1 \\ y - a_2 \end{pmatrix}$$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \mathbf{det}\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AP}};\vec{\boldsymbol{d}}\right)=\mathbf{0}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\boldsymbol{OP}} &= \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}+\boldsymbol{\lambda}\vec{\boldsymbol{d}} \quad\Leftrightarrow\\ \mathbf{det}\left(\overrightarrow{\boldsymbol{AP}};\vec{\boldsymbol{d}}\right) &= \mathbf{0}\\ \begin{vmatrix}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a_1} & \\ \boldsymbol{y}-\boldsymbol{a_2} & \end{vmatrix} &= \mathbf{0}\end{aligned}$$

➲ $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix}x-a_1\\ y-a_2\end{pmatrix}$$

Nanchen Raphaël, ECCG Monthey

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AP};\vec{d}) = 0$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow \\ \det(\overrightarrow{AP};\vec{d}) &= 0 \\ \begin{vmatrix} x - a_1 & \\ y - a_2 & \end{vmatrix} &= 0\end{aligned}$$

➲ $A(a_1; a_2)$ et $P(x; y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} x - a_1 \\ y - a_2 \end{pmatrix}$

➲ $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$

Equation cartésienne de la droite

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AP};\vec{d}\right)=0$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA}+\lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow \\ \det\left(\overrightarrow{AP};\vec{d}\right) &= 0 \\ \begin{vmatrix} x-a_1 & d_1 \\ y-a_2 & d_2 \end{vmatrix} &= 0 \end{aligned}$$

- $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

  $\Rightarrow \overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix} x-a_1 \\ y-a_2 \end{pmatrix}$
- $\vec{d}=\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AP};\vec{d})=0$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA}+\lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow\\ \det(\overrightarrow{AP};\vec{d}) &= 0\\ \begin{vmatrix} x-a_1 & d_1\\ y-a_2 & d_2\end{vmatrix} &= 0\\ d_2(x-a_1)-d_1(y-a_2) &= 0\end{aligned}$$

➲ $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix}x-a_1\\ y-a_2\end{pmatrix}$

➲ $\vec{d}=\begin{pmatrix}d_1\\ d_2\end{pmatrix}$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AP};\vec{d}) = 0$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow \\
\det(\overrightarrow{AP};\vec{d}) &= 0 \\
\begin{vmatrix} x-a_1 & d_1 \\ y-a_2 & d_2 \end{vmatrix} &= 0 \\
d_2(x-a_1) - d_1(y-a_2) &= 0 \\
d_2\,x - d_1\,y - a_1d_2 + a_2d_1 &= 0
\end{aligned}$$

➲ $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} x-a_1 \\ y-a_2 \end{pmatrix}$

➲ $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \mathbf{det}\left(\overrightarrow{AP};\vec{d}\right)=\mathbf{0}$

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA}+\lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow\\
\det\left(\overrightarrow{AP};\vec{d}\right) &= 0\\
\begin{vmatrix} x-a_1 & d_1\\ y-a_2 & d_2\end{vmatrix} &= 0\\
d_2(x-a_1)-d_1(y-a_2) &= 0\\
\overbrace{d_2}^{a}\,x\,\overbrace{-d_1}^{b}\,y-\overbrace{a_1d_2+a_2d_1}^{c} &= 0
\end{aligned}
$$

➲ $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix}x-a_1\\ y-a_2\end{pmatrix}$

➲ $\vec{d}=\begin{pmatrix}d_1\\ d_2\end{pmatrix}$

EQUATION VECTORIELLE D'UNE DROITE $\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AP};\vec{d}\right)=0$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OA}+\lambda\vec{d} \quad \Leftrightarrow \\
\det\left(\overrightarrow{AP};\vec{d}\right) &= 0 \\
\begin{vmatrix} x-a_1 & d_1 \\ y-a_2 & d_2 \end{vmatrix} &= 0 \\
d_2(x-a_1)-d_1(y-a_2) &= 0 \\
\overbrace{d_2}^{a}x\overbrace{-d_1}^{b}y-\overbrace{a_1d_2+a_2d_1}^{c} &= 0 \\
ax+by+c &= 0
\end{aligned}$$

➲ $A(a_1;a_2)$ et $P(x;y)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix} x-a_1 \\ y-a_2 \end{pmatrix}$

➲ $\vec{d}=\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$