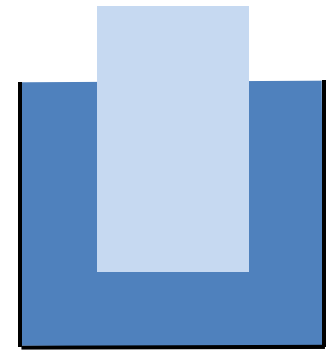


Glaçon dans un verre d'eau

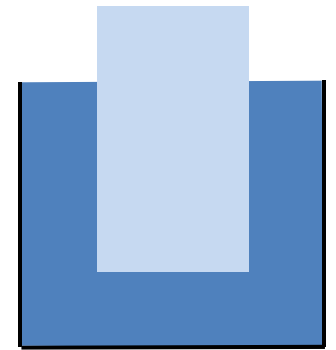
Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

Principe : L'eau qui résulte de la fonte de la glace occupe un volume plus faible que la glace, si bien que le niveau d'eau ne monte pas, ni ne descend.

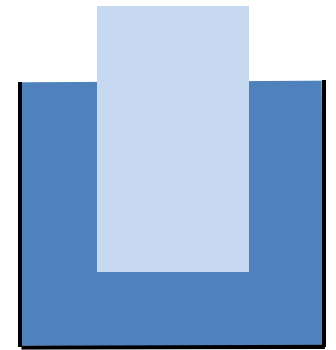


Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

Principe : L'eau qui résulte de la fonte de la glace occupe un volume plus faible que la glace, si bien que le niveau d'eau ne monte pas, ni ne descend.

Ce raisonnement n'est pas suffisant : il n'y a aucune justification.



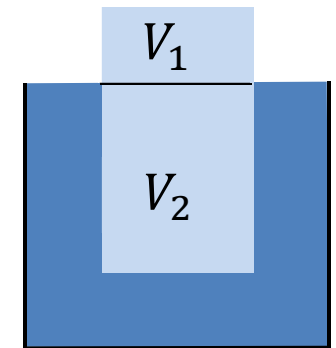
Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

Principe : L'eau qui résulte de la fonte de la glace occupe un volume plus faible que la glace, si bien que le niveau d'eau ne monte pas, ni ne descend.

Ce raisonnement n'est pas suffisant : il n'y a aucune justification.

Supposons que V_1 soit la partie émergée de la glace et V_2 sa partie immergée. Il faut prouver que le volume d'eau obtenu par la fonte de la glace, noté par la suite V_f , est égal à V_2 .

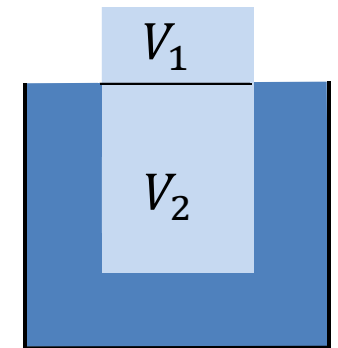


Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$m_g = m_e \quad \textcircled{1}$$



Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

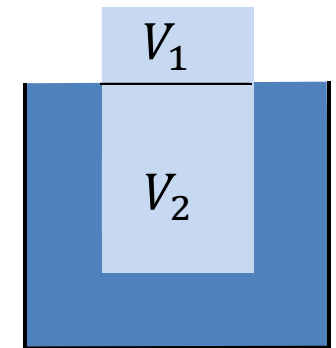
1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$m_g = m_e \quad (1)$$

Or la masse volumique d'une matière est définie par

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

où m est la masse de la matière et V le volume occupé par cette masse



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$m_g = m_e \quad (1)$$

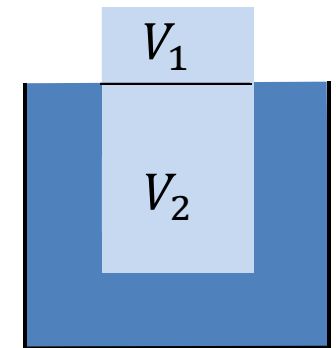
Or la masse volumique d'une matière est définie par

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

où m est la masse de la matière et V le volume occupé par cette masse

En inversant cette formule (2), on obtient :

$$m = \rho V \quad (3)$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$m_g = m_e \quad (1)$$

Or la masse volumique d'une matière est définie par

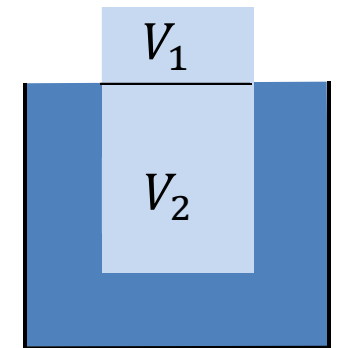
$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

où m est la masse de la matière et V le volume occupé par cette masse

En inversant cette formule (2), on obtient :

$$m = \rho V \quad (3)$$

Introduisons alors la formule (3) dans l'équation (1)

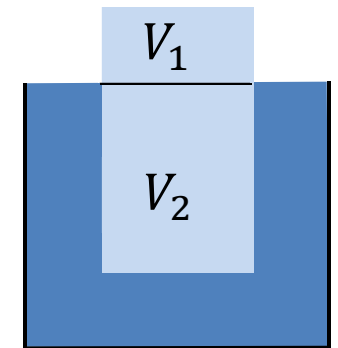


Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$\textcircled{1} \quad m_g = m_e \quad \text{avec } m = \rho V$$

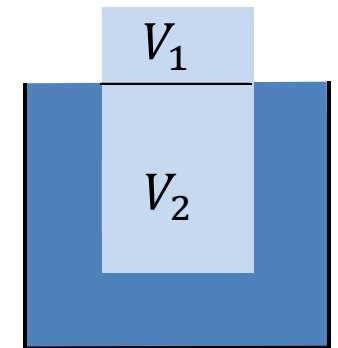


Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad m_g &= m_e \quad \text{avec } m = \rho V \\ \Leftrightarrow \quad \rho_g V_g &= \rho_e V_f \end{aligned}$$

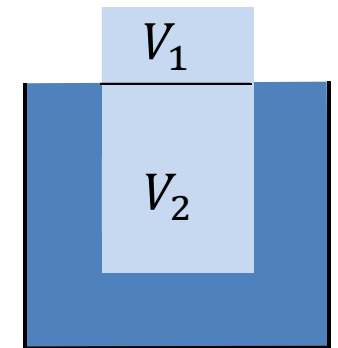


Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

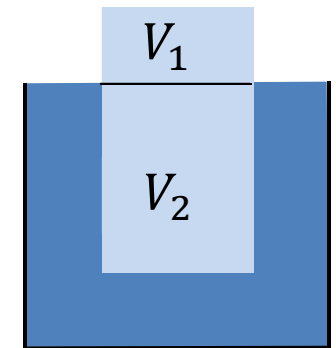
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad m_g &= m_e \quad \text{avec } m = \rho V \\ \Leftrightarrow \quad \rho_g V_g &= \rho_e V_f \quad \text{Or } V_g = V_1 + V_2 \end{aligned}$$



Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

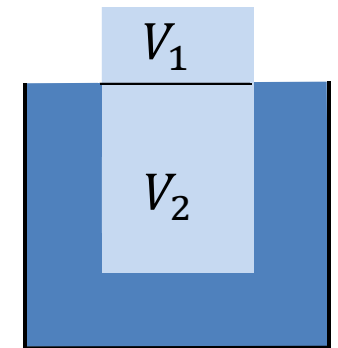
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad m_g &= m_e \quad \text{avec } m = \rho V \\ \Leftrightarrow \quad \rho_g V_g &= \rho_e V_f \quad \text{Or } V_g = V_1 + V_2 \\ \Leftrightarrow \quad \rho_g (V_1 + V_2) &= \rho_e V_f \quad \textcircled{4} \end{aligned}$$



Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : la masse de la glace, m_g , est égale à la masse d'eau, m_e , obtenue par la fonte de cette glace. (Le nombre de molécules d'eau n'a pas changé)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad m_g &= m_e \quad \text{avec } m = \rho V \\ \Leftrightarrow \quad \rho_g V_g &= \rho_e V_f \quad \text{Or } V_g = V_1 + V_2 \\ \Leftrightarrow \quad \rho_g (V_1 + V_2) &= \rho_e V_f \quad \textcircled{4} \end{aligned}$$



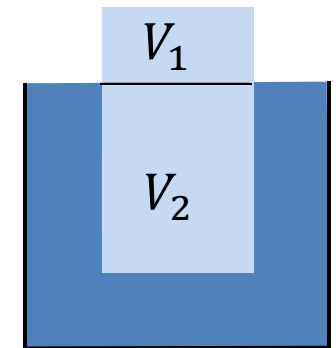
A partir de cette dernière équation $\textcircled{4}$, nous pourrons plus tard prouver le résultat voulu.

Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.



Glaçon dans un verre d'eau

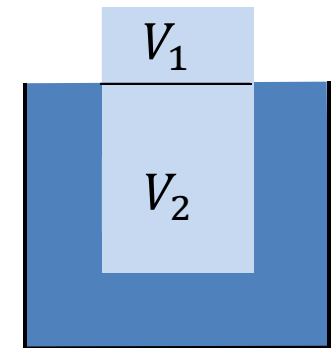
Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

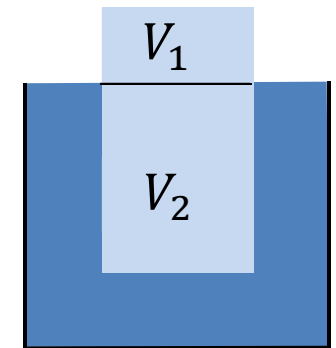
$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :

2. La force d'Archimède :



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

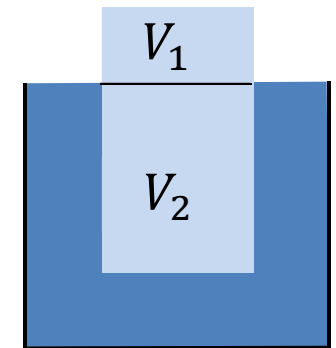
2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :

$$F_p = m_g \cdot g$$

2. La force d'Archimède :



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g (V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

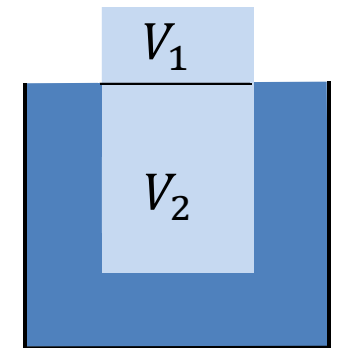
2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :

$$\begin{aligned} F_p &= m_g \cdot g && \text{avec } m_g = \rho_g V_g \\ &= \rho_g V_g \cdot g \end{aligned}$$

2. La force d'Archimède :



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

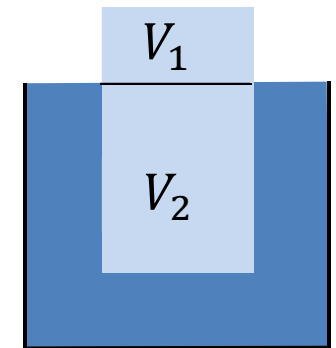
2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :

$$\begin{aligned} F_p &= m_g \cdot g && \text{avec } m_g = \rho_g V_g \\ &= \rho_g V_g \cdot g && \text{Or } V_g = V_1 + V_2 \\ &= \rho_g (V_1 + V_2) \cdot g && (5) \end{aligned}$$

2. La force d'Archimède :



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

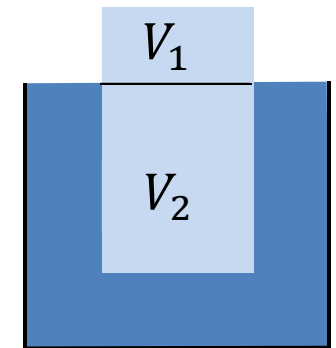
Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :

$$\begin{aligned} F_p &= m_g \cdot g && \text{avec } m_g = \rho_g V_g \\ &= \rho_g V_g \cdot g && \text{Or } V_g = V_1 + V_2 \\ &= \rho_g (V_1 + V_2) \cdot g && (5) \end{aligned}$$

2. La force d'Archimède :

$$F_a = \rho_{\text{fluide déplacé}} \cdot g \cdot V_{\text{immergé}}$$



Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

1^{ère} étape : $\rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f$ ④

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

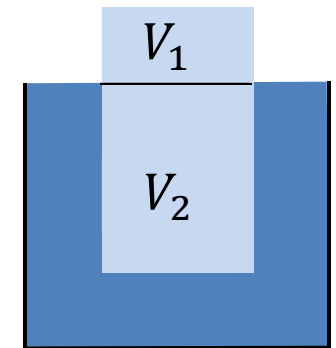
Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace :

$$\begin{aligned} F_p &= m_g \cdot g && \text{avec } m_g = \rho_g V_g \\ &= \rho_g V_g \cdot g && \text{Or } V_g = V_1 + V_2 \\ &= \rho_g (V_1 + V_2) \cdot g && \text{⑤} \end{aligned}$$

2. La force d'Archimède :

$$\begin{aligned} F_a &= \rho_{\text{fluide déplacé}} \cdot g \cdot V_{\text{immergé}} && \text{fluide déplacé} \rightarrow \text{eau} \\ &= \rho_e \cdot g \cdot V_2 && \text{et } V_{\text{immergé}} = V_2 \end{aligned} \quad \text{⑥}$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

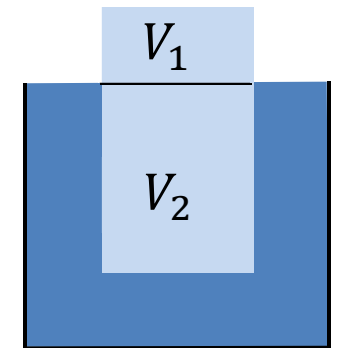
2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

Deux forces s'exercent sur le glaçon :

$$1. \text{ La force de pesanteur de la glace : } F_p = \rho_g(V_1 + V_2) \cdot g \quad (5)$$

$$2. \text{ La force d'Archimède : } F_a = \rho_e \cdot g \cdot V_2 \quad (6)$$

Or ces forces sont verticales et de sens opposés (la force de pesanteur tire vers le bas et celle d'Archimède vers le haut).



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

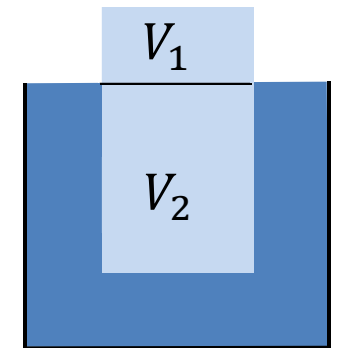
Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace : $F_p = \rho_g(V_1 + V_2) \cdot g \quad (5)$

2. La force d'Archimède : $F_a = \rho_e \cdot g \cdot V_2 \quad (6)$

Or ces forces sont verticales et de sens opposés (la force de pesanteur tire vers le bas et celle d'Archimède vers le haut). Il faut donc que leurs intensités soient égales pour qu'elles s'annulent :

$$F_p = F_a$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

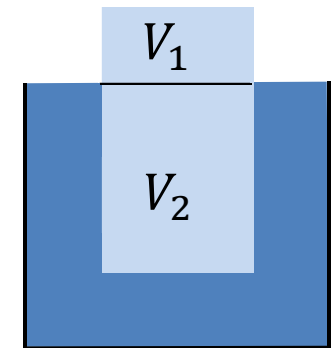
Deux forces s'exercent sur le glaçon :

1. La force de pesanteur de la glace : $F_p = \rho_g(V_1 + V_2) \cdot g \quad (5)$

2. La force d'Archimède : $F_a = \rho_e \cdot g \cdot V_2 \quad (6)$

Or ces forces sont verticales et de sens opposés (la force de pesanteur tire vers le bas et celle d'Archimède vers le haut). Il faut donc que leurs intensités soient égales pour qu'elles s'annulent :

$$F_p = F_a$$
$$\rho_g(V_1 + V_2) \cdot g = \rho_e \cdot g \cdot V_2$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

2^e étape : Le glaçon est à l'équilibre. Les forces qui s'exercent sur lui doivent donc s'annuler.

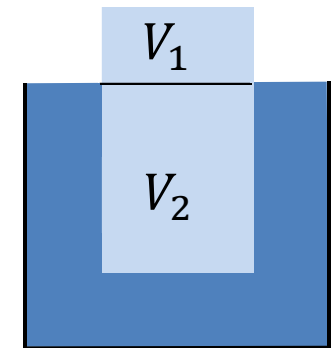
Deux forces s'exercent sur le glaçon :

$$1. \text{ La force de pesanteur de la glace : } F_p = \rho_g(V_1 + V_2) \cdot g \quad (5)$$

$$2. \text{ La force d'Archimède : } F_a = \rho_e \cdot g \cdot V_2 \quad (6)$$

Or ces forces sont verticales et de sens opposés (la force de pesanteur tire vers le bas et celle d'Archimède vers le haut). Il faut donc que leurs intensités soient égales pour qu'elles s'annulent :

$$\begin{aligned} F_p &= F_a \\ \rho_g(V_1 + V_2) \cdot g &= \rho_e \cdot g \cdot V_2 \quad | \div g \\ \rho_g(V_1 + V_2) &= \rho_e V_2 \quad (7) \end{aligned}$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

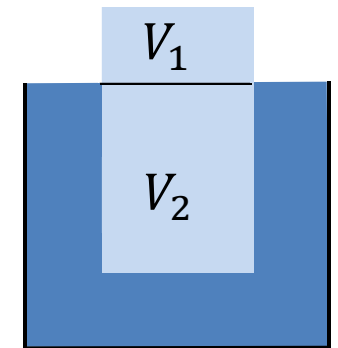
$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$2^{\text{e}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2 \quad (7)$$

3^e étape : Comparons les équations (4) et (7) obtenues précédemment :

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_2 \quad (7)$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$2^{\text{e}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2 \quad (7)$$

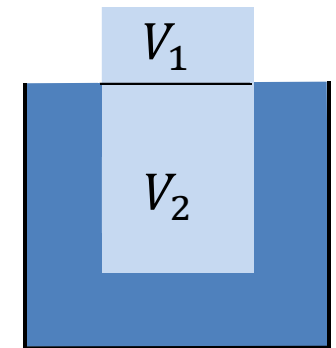
3^e étape : Comparons les équations (4) et (7) obtenues précédemment :

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_2 \quad (7)$$

Puisque $\rho_e V_f = \rho_g(V_1 + V_2)$ et que $\rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2$ alors

$$\rho_e V_f = \rho_e V_2$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$2^{\text{e}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2 \quad (7)$$

3^e étape : Comparons les équations (4) et (7) obtenues précédemment :

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_f \quad (4)$$

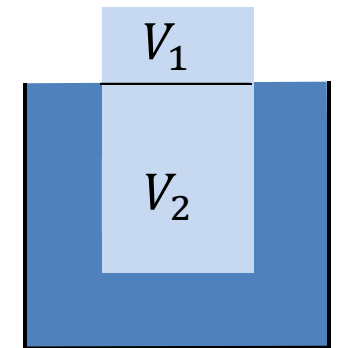
identique

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_2 \quad (7)$$

Puisque $\rho_e V_f = \rho_g(V_1 + V_2)$ et que $\rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2$ alors

$$\rho_e V_f = \rho_e V_2 \quad | \div \rho_e$$

$$V_f = V_2$$



Glaçon dans un verre d'eau

Un verre d'eau rempli à ras bord contient un glaçon qui flotte à sa surface. Pourquoi le niveau d'eau ne change-t-il pas lorsque le glaçon fond ?

$$1^{\text{ère}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$2^{\text{e}} \text{ étape : } \rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2 \quad (7)$$

3^e étape : Comparons les équations (4) et (7) obtenues précédemment :

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_f \quad (4)$$

$$\underbrace{\rho_g(V_1 + V_2)}_{\text{identique}} = \rho_e V_2 \quad (7)$$

Puisque $\rho_e V_f = \rho_g(V_1 + V_2)$ et que $\rho_g(V_1 + V_2) = \rho_e V_2$ alors

$$\rho_e V_f = \rho_e V_2 \quad | \div \rho_e$$

$$V_f = V_2$$

Finalement, on a prouvé que le volume d'eau fondue V_f est égal au volume de glace immergée V_2 . Donc le niveau ne change pas.

